



MUSEU DE LA
CIÈNCIA I DE LA
TÈCNICA
DE CATALUNYA

La Calculadora Planell

M4 Pràctiques externes: Màster Interuniversitari en Història de la Ciència i de la Tècnica (Curs 2012/13)

Lloc de pràctiques: Museu Nacional de la Ciència i de la Tècnica de Catalunya (Terrassa)

Descripció de les pràctiques: Recerca històrica del patrimoni científic i tecnològic del Museu. Concretament recerca en torn a la *Calculadora Planell* de l'exposició *L'enigma de l'ordinador*.

Autor / estudiant en pràctiques: Jordi Gabernet Vidal

Telèfon de contacte: 696 322 763 / 93 213 10 58

Correu electrònic: jordi_gabernet_88@hotmail.com

Període de pràctiques: Del 13 de febrer de 2013 fins a 7 de maig de 2013

Tutor extern de pràctiques: Jaume Perarnau Llorenç (MNACTEC)

Tutor intern de pràctiques: Alfons Zarzoso (UAB)

Índex

1. La Calculadora Planell	4
2. Màquines de calcular analògiques	6
2.1. Les màquines de càlcul mecànic	6
2.2. Història de les màquines de calcular analògiques	7
2.2.1. Charles Babbage i el seu llegat	7
2.2.2. Leonardo Torres Quevedo i les màquines algèbriques	8
2.2.3. Màquines Algèbriques	9
2.2.4. L'Analitzador Diferencial de Vannevar Bush	13
3. Paulí Castells Vidal	15
3.1. Vida de Paulí Castells i les seves aportacions al càlcul mecànic	15
3.2. Els orígens de la Calculadora Planell	19
3.2.1. L'ensenyament tècnic a Barcelona a principis de segle XX	19
3.2.2. El Laboratori General d'Assaigs i Investigacions Científiques	22
3.2.3. Vida i obra de Francesc Planell Riera	24
3.3. Paulí Castells a la RACAB	26
3.3.1. Representacions mecàniques dels fenòmens elèctrics	27
3.3.1 Sobre la resolució mecànica de sistemes d'equacions lineals	29
4. L'Algèbric Elèctric	31
4.1. Aportació al càlcul mecànic	31
4.2. El Ternal Algèbric	32
4.2.1. Funcionament del Ternal Algèbric	33
4.3. Fonaments d'electrotècnica i càlcul de xarxes	36
4.3.1. La Llei d'Ohm i aplicacions	36
4.3.2. Impedàncies	38
4.3.3. Corrent de curtcircuit	39
4.4. Funcionament de l'Algèbric Elèctric	40
4.4.1. Fonaments matemàtics de l'Algèbric Elèctric	41
4.4.2. Descripció dels elements que conformen l'Algèbric Elèctric	45
4.4.3. Funcionament de l'Algèbric Elèctric	48
5. Descripció dels components i funcionament de la Calculadora Planell	52
5.1. Components	52
5.1.1. Elements exteriors	52
5.1.2. Elements interns	55
5.2. Hipòtesis sobre el funcionament	57

5.2.1. Mancaça d'una peça externa	62
5.2.2. Calculadora Planell com a instrument de ratificació de solucions	63
6. Conclusions	65
7. Annex: Quadre cronològic comparatiu	67
8. Bibliografia i altres fonts	71

1. La Calculadora Planell

Aquesta memòria té com a objectiu aprofundir en els orígens i funcionament d'una de les màquines de càlcul mecànic ubicades en l'exposició de *L'Enigma de l'Ordinador*. Aquesta màquina anomenada **Calculadora Planell**, la finalitat de la qual era facilitar respostes correctes i de forma ràpida a problemes matemàtics, va ser construïda en un període en el qual també es dugueren a terme els principals avenços per al desenvolupament dels ordinadors moderns.

Tanmateix, la majoria de la informació en torn a les dades sobre la seva creació i funcionament intern, tant pel que fa a l'autoria del disseny i construcció, així com també respecte a quin tipus de problemes pretenia donar solució de manera eficient, han estat fins ara un secret tan ben guardat com els circuits elèctrics ocults en les entranyes de la calculadora. Tot i això, després d'una exhaustiva recerca historiogràfica podem afirmar que els nostres coneixements envers la **Calculadora Planell** han crescut considerablement i per aquest motiu creiem que ha arribat el moment de desvetllar parcialment alguns dels interrogants que encara segueix suggerent aquesta màquina per aproximar-nos tant com puguem a la veritat.

La **Calculadora Planell** és propietat del **Museu de la Ciència i de la Tècnica de Catalunya (MNACTEC)** des de 1983, data en la qual la **Diputació de Barcelona** la va cedir. En els documents de la **Diputació** tan sols constava que havia estat construïda pel Doctor en Electrotècnica **Francesc Planell Riera**, suposadament supervisat per una altra celebritat en el món de la ciència i de la tècnica com és el **Dr. Esteve Terrades**. En aquestes fonts d'informació també es menciona que havia estat realitzada en el **Laboratori General d'Assaigs i Investigacions** de la **Diputació de Barcelona**, que aleshores s'ubicava a l'**Escola Industrial**, en una data compresa entre el 45 i el 50. Des de que està en possessió del MNACTEC, a part de formar part permanentment de l'exposició esmentada més amunt, també ha esta requerida per altres institucions amb l'objectiu de complementar esdeveniments relacionats amb la història dels orígens de la informàtica. Entre aquests esdeveniments públics comptem amb la cessió de la calculadora per al programa de televisió *Dit i Fet* al gener de 1988 així com també es sol·licità la seva presència per a l'exposició a Madrid: *1788-1988. Carlos III y la Ilustración. España: 200 años de Tecnología*, el novembre de 1988.

Hem d'advertir que si bé aquesta informació inicial recollida en els expedients del MNACTEC era escassa, aquests han estat el punt de partida des d'on iniciar la nostra investigació. Aquesta informació ens ha proporcionat contínuament indicis importants que han dirigit la recerca i ens han facultat per conèixer no tan sols la rellevància d'altres lletrats com va ser el Doctor **Paulí Castells Vidal**, que suposadament en va ser l'artífex intel·lectual, sinó també a explorar el món de les màquines de càlcul mecànic i elèctric i els seus protagonistes per aprofundir en la història de la informàtica. Creiem que aquesta és la millor manera de contribuir a reviuèr històricament aquesta enigmàtica calculadora, la informació de la qual és escassa.

Així doncs, tot i que no negarem pas que un dels nostres objectius és comprendre el funcionament intern de la **Calculadora Planell**, les circumstàncies històriques en les quals es va arribar a realitzar van contribuir decisivament a orientar l'enginy del seu dissenyador. Al final d'aquesta memòria, mostrarem com ha contribuït la recerca historiogràfica i el intentar comprendre el seu funcionament a complementar algunes de les hipòtesis inicials però també a qüestionar d'altres.



Fotografia 1: Calculadora Planell, actualment exposada al MNACTEC.

2. Màquines de calcular analògiques

2.1. Les màquines de càlcul mecànic

Tal i com hem indicat anteriorment, creiem encertat que disposar d'un major coneixement històric sobre les diferents màquines de calcular i els motius pels quals es portaren a terme ens conduiran a conèixer millor els antecedents que contribuïren a la realització de la **Calculadora Planell**. En els últims segles, van ser recurrents els esforços de diferents investigadors per construir artefactes amb capacitat per a calcular mecànicament mitjançant procediments no subjectes a error per a les diferents necessitats comercials, científiques, etc., anàlogament a com en la prehistòria l'ésser humà també es va veure subjecte a la necessitat de dissenyar diferents maneres eficients de comptar, propiciant l'evolució de la matemàtica.

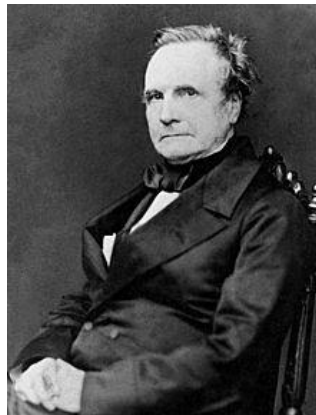
Normalment, els esforços per a la construcció d'aquestes màquines per a facilitar el càlcul i les operacions aritmètiques són reconeguts com els primers passos donats en la informàtica. Tanmateix, al voler circumscriure la nostra investigació en uns límits, hem de distingir que aquests esforços s'articularen en tres maneres diferents per donar solució als problemes, el resultat del qual és la distinció entre les **calculadores mecàniques**, els **calculadors o màquines digitals** i els **analitzadors diferencials o calculadors analògics**. No obstant, les respectives divergències en quan als funcionaments interns d'aquestes han estat motiu per a argumentar que tan sols les **màquines digitals** són les autèntiques precursoras dels ordinadors actuals, tot i que com veurem posteriorment alguns dels eminents constructors dedicaren el seu treball a totes les especialitats.

La **Màquina Analítica** és considerada la primera **calculadora o màquina digital**, i va ser dissenyada a finals del primer terç del segle XIX per **Charles Babbage**. També compartí característiques d'aquest tipus de màquines l'**Aritmòmetre Electromecànic**, presentat el 1914 per **Leonardo Torres Quevedo**. L'estructura d'aquestes respon al que es coneix com a "arquitectura Von Neumann", doncs a priori eren capaces de fer gairebé qualsevol càlcul sempre que li fos indicat per un programa anomenat *control* que enregistrava targetes i les tornava perforades, és a dir, el sistema de les màquines era digital i basat en aproximacions calculades aritmèticament. Els mateixos personatges dissenyaren també **calculadores analògiques o analitzadors diferencials**, tipologia a la qual hi pertany la **Calculadora Planell**. Tot i que aquestes compartiren algunes idees tècniques amb les **màquines digitals** en quan al seu funcionament intern mecànic o elèctric, aquestes últimes es basaven tal i com ho defineix **Leonardo Torres Quevedo** en la projecció d'un "aparell que imposa entre els diferents valors simultanis de diferents elements les relacions expressades matemàticament en una fórmula analítica (...). Un aparell que permet reproduir un fenomen físic (expressat matemàticament), és una màquina algebàrica". El desenvolupament d'ambdós tipus va ser a la par, no obstant, el

pas de les **màquines digitals** als ordinadors moderns va ser complex doncs totes dues executaven el càlcul numèric de manera lenta, sobretot en els albors de l'aparició dels primers ordinadors moderns. Aquest fet propicià que fins ben entrat el segle XX, les **màquines analògiques** resultaven més atractives per als científics tot i ser màquines grans i sorolloses com l'**Analitzador Diferencial** de **Vannevar Bush**, la màquina del qual va ser presentada al 1927 i usada durant la Segona Guerra Mundial.

2.2. Història de les màquines de calcular analògiques

2.2.1. Charles Babbage i el seu llegat



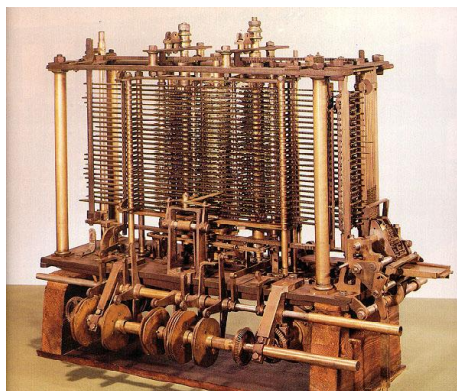
Fotografia 1: Charles Babbage.

Els principis del segle XIX es caracteritzen per ser una època amb una gran necessitat per a calcular eficientment, doncs de la bona capacitat d'aquesta facultat depenien les cartes de navegació, sistemes fiscals, el desenvolupament precís de màquines i sistemes de producció, etc. L'eminent matemàtic britànic **Charles Babbage** (1791 – 1871) fou conscient de la manca d'una eina útil de càlcul per a resoldre els problemes derivats de les qüestions anteriors, doncs tot i l'existència de taules, aquestes eren d'ús lent i contenien errors. Per superar les dificultats i errors inherents al càlcul realitzat per humans, decidí crear un artefacte amb el qual es conferissin de manera mecànica aquests càlculs. Així doncs, el 1822 presentà a la Royal Society, a la qual ell hi pertanyia, un primer prototip de màquina capaç de realitzar un procediment de càlcul mecànic que es conegué com la **Primera Màquina de Diferències**. Aquesta no s'ha de confondre amb la **Màquina Analítica**, precursora dels ordinadors i mencionada anteriorment. La **Màquina de Diferències** havia de realitzar càlculs pel mètode de les diferències, permetent trobar les arrels d'un polinomi reduint l'operació a sumes i restes, havent trobat prèviament unes constants. A priori, amb un posterior perfeccionament permetria resoldre equacions de segon grau amb una precisió de 6 xifres i imprimir els resultats a raó de 44 xifres per minut. Davant la promesa d'aquests avenços, l'Estat li concedí una subvenció per realitzar una **Segona Màquina de Diferències** que el tingué ocupat fins al 1833.

Malauradament, aquest projecte es paralitzà en reiterades ocasions pel costós finançament que repercutia en les arques de l'Estat i també per la manca de resultats definitius. Tot i que no es va acabar realitzant, el disseny dels prototips posseïen característiques notables i foren la precursora dels posteriors intents per realitzar un **calculador analògic**.



Fotografia 3: Prototip de la Màquina de Diferències d'en Babbage.



Fotografia 4: Prototip de la Màquina Analítica d'en Babbage.

Altres intents més afortunats per construir màquines analògiques amb fonament mecànic foren per exemple el **Tide Predictor** de **James Thomson**, germà de **Lord Kelvin**, presentat el 1876 a la **Royal Society**. La màquina de **Thomson** era usada per preveure el moviment de les mareas reproduint les variacions d'una magnitud mitjançant el paral·lelisme (analogia) amb una altra magnitud, caracteritzant el funcionament intern de la màquina. La descripció precedent és l'essència de les màquina analògiques objecte del nostre estudi. Ulteriorment, l'afany pel disseny i construcció de prototips d'aquestes màquines s'estengué més enllà de les costes britàniques, monopolitzant els esforços de científics i enginyers. No obstant, la construcció d'aquestes requeria molta precisió, doncs es produïen desajustos constants al ser insuficient la tecnologia per a construir engranatges molt precisos. L'**analitzador diferencial** de fonament mecànic més precís que es coneix va ser construït per la **Ford Instrument**, i va ser produït a gran escala als EUA i usat per calcular la distància a la que arribaven els canons navals en la 1ªGM. Tanmateix aquestes també patien desajustos crònics i eren de difícil construcció, però la rapidesa amb la qual executaven els càlculs en comparació amb un ésser humà no era menyspreable.

Dels tipus d'aparells de càlcul esmentats anteriorment, el més conegut ha estat la **Màquina Analítica** d'en **Charles Babbage** i va influenciar especialment a l'espanyol **Leonardo Torres Quevedo**, que amb el seu enginyer traslladà la tecnologia dels relès per a dissenyar diverses modalitats de calculadores digitals electromecàniques com a demostració de factibilitat. Així com alguns estudis en història de la informàtica han projectat una correspondència tècnica entre els models de màquines d'en Babbage i en Torres Quevedo, creiem que també és pot traçar anàlogament un eix d'influència entre l'enginyer espanyol i **Paulí Castells Vidal**. A aquest últim se li atribueix el disseny de l'**Algèbric Elèctric**, una **calculadora analògica** de fonament electromagnètic que creiem que conté les claus per comprendre el funcionament i

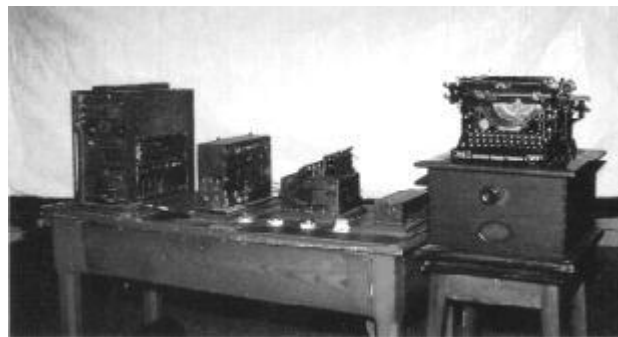
història de la **Calculadora Planell. Castells** va ser el màxim representant català del càlcul mecànic i més endavant parlarem de la seva obra.

2.2.2. Leonardo Torres Quevedo i les màquines algèbriques



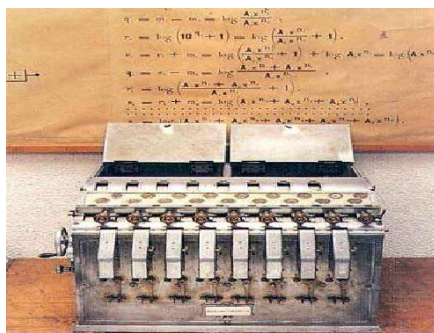
Fotografia 5:
Leonardo Torres Quevedo.

Leonardo Torres Quevedo (1852 – 1936) és considerat un dels científics i enginyers més eminents de la història d'Espanya i és considerat un dels precursors de la informàtica. No en va, doncs entre els seus múltiples invents destaca la calculadora digital de fonament electromecànic anomenada **Aritmòmetre Electromecànic** presentada en el seu transcendental article "*Ensayos sobre Automática*" de 1914. Com ja hem citat anteriorment, la seva estructura és anàloga a la dels ordinadors moderns, doncs resolva càlculs de les quatre operacions aritmètiques amb mecanismes elèctrics mitjançant una estructura d'unitat central i perifèrics com ara unes màquines d'escriure a través de les quals llegir dades per posteriorment escriure el resultat. Aquest enginy fou presentat a París el 1920.



Fotografia 6: Aritmòmetre Electromecànic de Torres Quevedo presentat a París el 1920.

No obstant, bona part del seu ardor intel·lectual apuntà sempre a les bases per a la construcció de **calculadores analògiques** tant de fonament mecànic com de fonament elèctric i que ell les anomenava màquines algèbriques. La seva principal fita en aquesta disciplina tècnica fou la construcció de la **Màquina Algebraica** el 1933, que usava disc logarítmics i un sistema d'engrenatges per trobar arrels d'equacions algebraiques d'un ordre determinat.



Fotografia 7: Màquina Algebraica de Leonardo Torres Quevedo.

En el mateix ordre de reconeixement es trobaven les seves publicacions en torn a la possibilitat de realitzar els mecanismes adequats pels analitzadors diferencials. El 1893, a l'**Acadèmia de Ciències Exactes, Físiques i Naturals de Madrid**, en la qual ell era un dels representats més respectats, publicà per aquest objectiu concret **Memoria sobre las Máquinas Algebraicas** i posteriorment com a prova del seu reconeixement internacional **Máquinas á Calcular** el 1920 a l'Acadèmia de Ciències de París. Aquests articles tingueren una repercussió important com a orientadors de la capacitat inventiva de figures substancials en el disseny de **màquines analògiques** com foren **Maurice d'Ocagne**, **Vannevar Bush** i el català **Paulí Castells**, amb l'últim dels quals segurament tingué trobades en alguna de les institucions nacionals especialitzades en ciència i tècnica.

MEMORIA
SOBRE LAS
MÁQUINAS ALGÉBRICAS
—
CAPÍTULO I
CONSIDERACIONES GENERALES

Il·lustració 1: Encapçalament que acompanyava l'article transcendental de Torres Quevedo.

2.2.3. Màquines Algèbriques

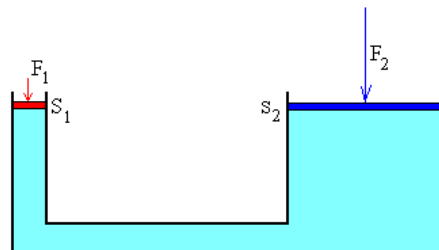
Amb el mateix nom que el de la capçalera d'aquesta secció es presentà una de les publicacions de **Torres Quevedo** a la publicació número 1341 a **Revista de Obras Públicas** el 1901. Molt menys densa que la mítica **Memoria sobre las máquinas algebraicas**, aquesta traça una explicació similar per als fonaments dels elements de les calculadores analògiques o analitzadors diferencials. L'objectiu d'una síntesi no aspre dels continguts d'aquest article és evitar equívocs en quan a la contribució a la informàtica d'aquesta branca ja extingida pel transcurs del progrés i a familiaritzar-nos amb els conceptes tècnics que més endavant ens permetran comprendre el funcionament d'alguns aparells que presentarem.

Hem d'entendre el funcionament dels engranatges d'una **calculadora analògica**, siguin del tipus que siguin, com la reproducció a través d'un mecanisme físic d'una fórmula matemàtica per als elements de la qual escollim el valor d'unes variables que a la vegada determinen el valor de les altres variables, sense la necessitat de mesurar-les. D'alguna manera estem efectuant una operació inversa doncs les dades que han de servir per a una fórmula concreta s'apliquen directament a l'experiment.

Per exemple, emprem la fórmula que relaciona el temperatura d'un gas amb el volum i la pressió, tal que

$$\text{Temperatura} = \text{Volum} \cdot \text{Pressió}.$$

Si tenim un gas determinat en un recipient, un èmbol i dos instruments de mesura: un manòmetre i un termòmetre; aleshores per efectuar l'operació aritmètica de la divisió per analogia al mecanisme físic, apliquem una força (pes) a l'èmbol i controlem la temperatura del gas amb algun instrument. D'aquesta manera anirem llegint recíprocament la temperatura i la pressió, propiciant que el quocient entre aquests serà el volum i s'anirà representant en una escala graduada. També podem fer-ho servir per multiplicar.



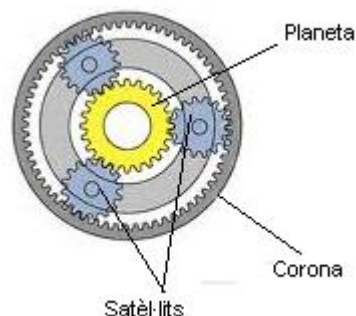
Il·lustració 2: Esquema del funcionament d'un èmbol. En l'interior pot haver un gas i sota de l'èmbol una font de calor. Es disposen d'elements de mesura en el lloc adequat. F_1 , F_2 indiquen les forces aplicades.

Els fonaments físics d'aquestes màquines que pretenen simular una funció matemàtica poden ser molt variats: mecànics, hidràulics, elèctrics, etc. **Leonardo Torres Quevedo**, per a una major comprensió d'aquests mecanismes advoca pels engranatges de tipus cinemàtic, de manera que per als càlculs s'utilitzen relacions que venen determinades per enllaços mecànics. Tot i l'inconvenient que suposa que la construcció d'aquests aparells depengui de l'habilitat del que dissenya els instruments de l'experiment per tan de realitzar bones mesures, per a **Torres Quevedo** les màquines analògiques de fonament cinemàtic ofereixen algunes avantatges. Per aquest, plantejar una solució a un problema analític a través d'una fórmula matemàtica en cinemàtica és com realitzar una màquina de manera adequada. Això es revelà eficientment per

a realització de les màquines industrials quan a principis del segle XIX al plantejar la reforma de les Escoles Politècniques els lletrats decidiren introduir l'estudi dels moviments geomètrics per a la construcció de màquines.

Per a una major il·lustració de les nostres explicacions, considerem l'engranatge que relaciona les agulles dels minuts i de les hores en un rellotge. L'efecte sobre les agulles d'aquest engranatge que vincula les voltes que dona l'agulla dels minuts i les hores en un rellotge és el mateix, provingui el seu funcionament d'un motoret o bé manualment. És evident que la connexió entre les dos agulles regeix la relació de les velocitats angulars (sempre en proporció de 12 a 1 i sempre en el mateix sentit). Tanmateix, des de que posem en relació el moviment de les agulles mitjançant l'engranatge concret, aquest és independent de les velocitats de les agulles enllaçades. Aquest fet ens porta a considerar la relació entre els espais recorreguts per les agulles, que sempre es mantenen en idèntica proporció donades una posició inicial, essent els angles recorreguts per les agulles fàcilment mesurables. El que estem fent és definir els efectes cinemàtics dels enllaços entre els dos mòbils, a la vegada que també podríem formular equacions definides pels valors simultanis dels nostres mòbils, és a dir, les agulles. Si traslладem aquests fonaments a un altre tipus de mecanisme que relaciona dos mòbils, ens donem compte que l'objectiu de les màquines cinemàtiques és resoldre amb tota la generalitat possible el problema de la transformació d'uns moviments en uns altres.

Considerem un últim exemple, concretament el funcionament dels tres mòbils que componen les rodes d'un tren epicloïdal. Podríem imposar mecànicament certes condicions entre el moviment dels tres mòbils, per exemple es podria determinar que l'angle recorregut per un d'ells sigui la suma dels altres dos. Podrà encarregar-se l'experimentador de cada un del mòbils sumands i fer que aquests arrastrin a l'altre mòbil pels diferents mecanismes obligant a que els desplaçaments dels 3 mòbils obeeixin una determinada fórmula de tal manera que es mantingui sempre la mateixa proporció.



**Il·lustració 3: "Planeta", "satèl·lits" i "corona",
mots amb els quals nombrem els tres mòbils del tren epicloïdal**

Amb els exemples anteriors serveixen per corroborar el que **Torres Quevedo** defineix com una màquina algebriaca, que ens permet realitzar operacions aritmètiques prenent mesures dels desplaçaments dels mòbils i de les relacions que els regulen. En el mateix article, **Torres Quevedo** ens narra minuciosament quins serien els components mínims de les màquines algebriques, els *aritmòfons*. Un *aritmofon* estaria compost per un punt (botó) mòbil sobre una vareta que pren mesures del desplaçament del botó. Una màquina composta per varis *aritmòfons* enllaçats per mecanismes que interactuïn entre ells permetria establir una fórmula matemàtica que associï i relacioni les magnituds dels moviments dels botons mòbils. Les fórmules matemàtiques, denominades equacions de condició, quedarien integrades en el funcionament mecànic de la màquina establint una analogia entre els càlculs numèrics i les operacions mecàniques que es donen. La major dificultat resideix en construir un mecanisme per cada operació aritmètica i disposar-los de manera que s'ajustin a la funció que busquem, tot i que no sempre és possible.

També és important considerar que en una fórmula matemàtica usualment es pot aïllar una variable i fer que aquesta depengui dels valors assignats a les altres. Així doncs, per aquesta condició de reversibilitat degut a les relacions imposades mecànicament en la màquina, podem disposar els elements de manera que una variable depengui de les magnituds escollides i representades en les escales. En ocasions pot semblar extravagant la realització d'alguns dissenys complexos per a càlculs senzills, no obstant, la diversitat i graus de llibertat en el disseny d'aritmòfons i els tipus d'engranatges amb els quals crear vincles, ens permetrien construir màquines algebriques per a una àmplia varietat de problemes: arrels d'equacions, sistemes d'equacions, arrels de nombres reals, etc.

2.2.4. L'analitzador diferencial de Vannevar Bush

Abans de donar per finalitzada aquesta secció dedicada a la història de les **calculadores analògiques** i els seus protagonistes, volem concloure amb la descripció d'una d'aquestes màquines amb més repercussió internacional, que fins ben entrat al segle XX va esdevenir un element indispensable en l'exèrcit i en les aules que es podien permetre adquirir aquest artefacte.

L'artífex intel·lectual d'aquesta màquina, que rebé el nom d'**Analitzador Diferencial**, és **Vannevar Bush** (1890 – 1974). Després d'una meteòrica trajectòria acadèmica que el portà a doctorar-se en Enginyeria Elèctrica el 1916 i a participar en la creació d'instruments per a la detecció de submarins durant la 1^a Guerra Mundial, aquest s'establí definitivament en el Departament d'Enginyeria Elèctrica del MIT, el laboratori del qual era capdavanter mundial en la construcció de calculadores analògiques que serviren per calcular trajectòries de projectils. El 1927, aquest laboratori presentà la seva **màquina analògica** més avançada tecnològicament, l'**Analitzador Diferencial**, que entrà a ple funcionament el 1931.

Entre els integrants que componien l'equip del seu laboratori, es trobava **Herbert R. Stewart**. Aquest, a proposta de **Vannevar Bush**, va dissenyar una màquina que permetia resoldre equacions diferencials de primer grau a través d'un mecanisme analògic anomenat integrador. Posteriorment **Harold Hazen**, un altre estudiant, proposà ampliar la capacitat de la màquina per a resoldre equacions diferencials de segon grau encara que això requeria un mecanisme especial per incorporar dos integradors. **V. Bush** es donà compte del potencial d'aquesta màquina, així que col·laborà amb **Harold Hazen** per dur-la a terme. Els primers dissenys tingueren molts problemes, però amb el pas del temps es demostrà que era la primera **màquina analògica** capaç de calcular equacions diferencials eficientment com no ho havia fet cap altre. El disseny definitiu del 1928 comptà amb la incorporació de fins a 6 integradors que permetien manejar una equació diferencial de sisè grau o un sistema de tres equacions diferencials de segon grau. La màquina es componia de 18 eixos que la travessen i corresponien a les variables dependents i variables independents. A part dels integradors i aquest eixos, la màquina també constava de taules d'entrada i sortida, aquestes últimes connectades als primers a través d'engranatges. En general, totes les operacions eren mecàniques tret dels controls per introduir les unitats.

Sobre aquest disseny, es van fer versions adaptades a necessitats especials. **Edith Clarke**, de la **General Electric**, en va fer us per resoldre problemes sobre la transmissió de potència elèctrica, així com també diferents laboratoris d'investigació en van adquirir còpies. Com hem al·ludit anteriorment, el **Laboratori de Recerca en Balística** dels Estats Units veié el seu potencial i l'introduí com a element de precisió en les oficines de l'exèrcit. Es varen construir altres models més potents sota el finançament d'entitats privades com ara la **Rockefeller Foundation**. El 1935 va veure la llum l'**Analitzador Diferencial Rockefeller** que es mostrà actiu fins que una dècada més tard els **ordinadors digitals** el relegaren a l'obsolescència.

Vannevar Bush va reconèixer ocasionalment la magnífica contribució tècnica i intel·lectual d'eminents investigadors com els germans **Thomson** i **Leonardo Torres Quevedo** en la construcció de **calculadores analògiques**. No obstant, també va preveure la possibilitat de que una computadora electrònica acabés sent més eficient que les analògiques i per això ulteriorment es va comprometre amb les noves tecnologies i a una permanent adhesió als òrgans militars.



**Fotografia 8: Vannevar Bush
i l'Analitzador Diferencial**

3. Paulí Castells Vidal

3.1. Vida de Paulí Castells i les seves aportacions al càlcul mecànic

L'enginyer industrial **Paulí Castells** (1877-1956) mereix ser reconegut com la més gran figura de la història de la ciència i de la tècnica catalana en el càlcul mecànic per les seves aportacions. Llicenciat en **Ciències Físicoquímiques** el 1896, també obtingué el títol en **Enginyeria Industrial** a l'**Escola d'Enginyeria Industrial de Barcelona (EEIB)** el 1901. Des d'aleshores, després d'una breu estada en el sector privat com a enginyer, es dedicà a consolidar una carrera acadèmica que inclogué una breu estada com a professor a l'**Escola d'Enginyeria Industrial de Madrid**, per posteriorment exercir de docent en matemàtiques a l'**EEIB** de 1907 fins a 1947, tot i que també donà cursos en la secció d'electricistes de l'**Escola de Treball**. Addicionalment, va compaginar la seva tasca com a docent amb l'ocupació del càrrec de director de diferents entitats acadèmiques on hi exercia la seva professió. Entre aquestes institucions cal mencionar per la seva rellevància política la mateixa **EEIB**, doncs la conducta del dirigents polítics de les èpoques en les quals **Castells** exercí de director el duqué a constants confrontaments que transcendien el continguts merament acadèmics, tot i que ell sempre intentà mantenir al marge d'interessos ideològics les entitats que dirigí. Posteriorment, aprofundirem en les raons de les hostilitats entre el Govern i l'**EEIB** doncs alguns dels fets condicionaren la creació de nous òrgans acadèmics com el **Laboratori General d'Assaigs i Investigacions** que poden fer més entenedor els orígens de la **Calculadora Planell**.



Fotografia 9: Paulí Castells Vidal

No obstant, tot i aquestes desfetes entre institucions amb excessius tints polítics, res trencà la voluntat d'en **Castells** per dedicar-se a les matemàtiques i a la construcció d'artefactes mecànics de càlcul. La seva contribució intel·lectual el duqué a ser acceptat el 1913 a la **Reial Acadèmia de les Ciències i de les Arts de Barcelona (RACAB)**, entitat que presidí de 1945 a 1946. Una bona part dels seus esforços es centraren en com s'havia de portar a terme l'aprehensió de les matemàtiques per part dels estudiants a les enginyeries. Deixant caure el

pes del seu pensament i convicció en l'aplicabilitat de les matemàtiques i no tant en les demostracions teòriques, **Paulí Castells**, que s'autoconsiderava intuïtiu i geòmetra, es dedicà a construir màquines i sistemes gràfics per aportar més visibilitat i agilitat a la resolució de problemes matemàtics.

Centrant-nos en les seves aportacions al càlcul mecànic, Paulí es mostrà molt interessat en les publicacions i treballs d'altres autors contemporanis com **Maurice d'Ocagne** i el ja ressenyat en les seccions precedents **Leonardo Torres Quevedo**. Tanmateix, com a bon acadèmic també es prestà a desenvolupar articles científics i tècnics vinculats a les matemàtiques, a l'electromagnetisme, a la història de la ciència i en el desenvolupament de sistemes per a la construcció de calculadores analògiques, fent mostra de l'extensió dels seus coneixements. Alguns d'aquests articles de gran importància per al càlcul mecànic foren **Las Representaciones Mecánicas de los Fenómenos Eléctricos** (1913), **Procedimientos Mecánicos de Cálculo** (1919) o **Resolución Mecánica de los Sistemas de Ecuaciones Lineales** (1933) entre d'altres, tots ells presentats majoritàriament en entitats acadèmiques com la **RACAB** i en associacions d'enginyers. Posteriorment considerarem alguns d'aquests articles per aprofundir en el coneixement i funcionament dels **analitzadors diferencials**, en una època en la que abundaven els intents per resoldre mecànicament problemes matemàtics de diversa índole.

Tot i la importància de les publicacions mencionades anteriorment per a la seva trajectòria professional, **Paulí Castells** transcendí de manera significativa en l'esfera de la ciència i de la tècnica per la construcció de dos artefactes per al càlcul mecànic: la **Balança Algèbrica** i el **Ternal** (o **Polispast**) **Algèbric**. Els fonaments de la primera d'elles es publicaren al *Boletín Industrial* el 1906, durant la seva estància a Madrid com a professor de l'Escola d'Enginyers local. Resumidament, la **Balança Algèbrica** consistia en una mecanisme en forma de balança que mitjançant uns pesos a través dels quals es representaven els coeficients d'una equació algebrica amb una sola incògnita com aquesta:

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 = 0,$$

s'obtenien les arrels reals. Tanmateix, fins al 1907 no va obtenir la patent del invent, motiu pel qual es retardà la presentació oficial de la calculadora ja construïda el 1908, quan **Paulí Castells** ja s'havia traslladat a Barcelona. Ens consta que es conserven tres d'aquests aparells; dos a Madrid, concretament un a l'**Escola d'Enginyers de Madrid** i l'altre a la **Facultat de Ciències de Madrid**. El restant es conserva com una peça exòtica al **Laboratori de Mecànica de l'Escola Tècnica Superior d'Enginyeria Industrial de Barcelona (ETSEIB)**, que és com es coneix en l'actualitat l'**EEIB**.



Fotografia 10: Balança Algèbrica que es conserva al Laboratori de Mecànica a l'ETSEIB.

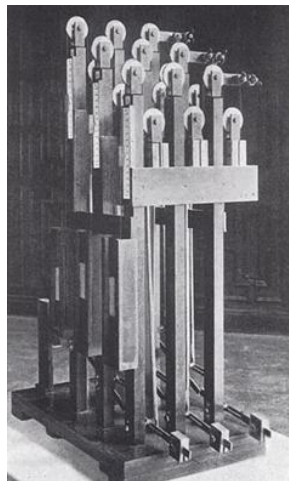
Respecte al **Ternal Algèbric**, ara ens restringirem a mencionar que va ser presentat un prototip a mig construir integrat per politges i fils a l'**Associació d'Enginyers Industrials de Barcelona**. Aquest s'acabà realitzant el 1935, data en la qual **Paulí Castells** el presentà a la **RACAB**. Aquest prototip, com la **Balança Algèbrica**, es conserva en el **Laboratori de Mecànica** de l'**ETSEIB**, i permetia resoldre mecànicament sistemes d'equacions lineals de tres equacions amb tres incògnites tals com

$$a_1x + a_2y + a_3z = s_1$$

$$b_1x + b_2y + b_3z = s_2$$

$$c_1x + c_2y + c_3z = s_1$$

mitjançant grups de ternals enllaçats, on cada un d'aquests grups representava una equació del sistema.



Fotografia 11: Ternal Algèbric, en el dia de la seva presentació.

Robust i pesant, el disseny inicial del **Ternal Algèbric** es traslladà en un format més manejable i compacte compost amb rodes dentades i cremalleres per ser comercialitzat amb el senzill nom d'**Algebric**. En el fullet comercial s'explicava en quins camps podia ser útil: càlcul de xarxes per a la distribució d'energia elèctrica, compensació de xarxes geodèsiques, etc. No obstant, l'empenta mercantil es veié frenada per motius contingents com el conflicte bèl·lic mundial que estava a punt d'iniciar-se.



Fotografia 12: Versió comercial del Ternal Algèbric, guardat al Laboratori de Mecànica de l'ETSEIB.

Més endavant profunditzarem en el funcionament del prototip del **Ternal Algèbric**, doncs mentre aquest era projectat en la ment de **Paulí Castells**, aquest mateix en el seu obstinat esforç per superar les restriccions tecnològiques, algunes de les quals ja han estat al·ludides en la secció de **Leonardo Torres Quevedo**, pensà en l'ús de mecanismes electromagnètics per no dependre de les limitacions imposades per les peces mòbils mecàniques (en quan a nombre d'equacions i errors). La menció més explícita en torn a la possibilitat de realitzar aquest aparell de fonaments electromagnètics la va reproduir el mateix **Paulí Castells** en un dels seus últims articles científics a la **RACAB: Aportación al Cálculo Mecánico** el 1945.

El nom d'aquest artefacte, que mai es va arribar a construir, no podia ser cap altre que **Algèbric Elèctric**, i com en el ternal de fonament mecànic la principal funció era trobar les solucions a sistemes d'equacions lineals. En aquest mateix article **Paulí Castells** esmenta perquè mai va poder arribar a materialitzar el que hauria estat un model de **calculadora analògica** revolucionari. En un dels molts lamentables episodis tràgics de la **Guerra Civil**, el 1938 un explosiu prop de la casa d'en **Paulí Castells** va causar la immediata destrucció d'un prototip de **Algèbric Elèctric** i la pèrdua d'altres objectes i documents. Degut a l'escassetat material i financera després de la **Guerra Civil** i a les complexitats tècniques associades a la reconstrucció de la màquina, en Paulí no es veié capacitat per reconstruir la màquina. Malgrat l'incident, en l'article de 1945 presentà el disseny, funcionament, i les indicacions per la seva construcció, indicacions que ens seran molt important per en la part final d'aquest treball realitzar una analogia amb els components de la **Calculadora Planell**, doncs la hipòtesi més

significativa apunta a què aquesta última es basa en els mecanismes del **Algèbric Elèctric** i que va ser fruit de l'estreta relació entre un **Paulí Castells**, les forces del qual minvaven per qüestions de salut, i **Francesc Planell i Riera**. En **Francesc Planell** va ser una altra personalitat acadèmica i contemporani a **Paulí Castells** i se'l lloa per haver introduït i formalitzat l'electrotècnica al país. Tot i que no ens consta que tingués massa relació amb les màquines de les quals parlem en la nostra investigació, se li atribueix la construcció de la **Calculadora Planell**.

No obstant, per tal d'asseverar les nostres conjetures creiem convenient fer un breu repàs de la història de les institucions i edificis dintre del període que ens interessa i on ambdós personatges dugueren a terme la seva obra científica i tècnica per així poder concretar el lloc de construcció de la **Calculadora Planell**.

3.2. Els orígens de la Calculadora Planell

3.2.1. L'ensenyament tècnic a Barcelona a principis de segle XX

Des de les **Bases de Manresa** el 1892, acte a través del qual el catalanisme polític consolidà la seva posició pejorativa respecte als mètodes pedagògics amb els que instruïen els instituts dependents de l'Estat a Catalunya; doncs creien que no s'adequaven a les necessitats reals de la indústria, les relacions entre l'**Escola d'Enginyeria Industrial de Barcelona (EEIB)** i la **Diputació de Barcelona**, que aleshores ocupava part de l'edifici de la **Universitat Literària**, es van anar degradant progressivament. L'origen de l'enfrontament rau en les tensions generades per les exigències per part de la **Diputació de Barcelona** d'una modernització en el pla d'estudis tècnics de l'**EEIB** i la intenció d'acollir aquesta en el projecte d'una **Universitat Industrial** catalana que integrés les necessitats econòmiques i industrials de Catalunya en un emplaçament que seria anomenat l'**Escola Industrial**. A més a més, des de 1900 el **Ministeri d'Instrucció Pública i Belles Arts** estatal de **García Àlix** havia proposat una reorganització de l'ensenyament tècnic a Espanya que comprometia les aspiracions de la **Mancomunitat de Catalunya**, motiu pel qual es creà el 1904 el **Patronat de l'Escola Industrial**, constituït per la **Diputació de Barcelona**, la **Junta de l'EEIB**, i l'**Ajuntament** entre d'altres.

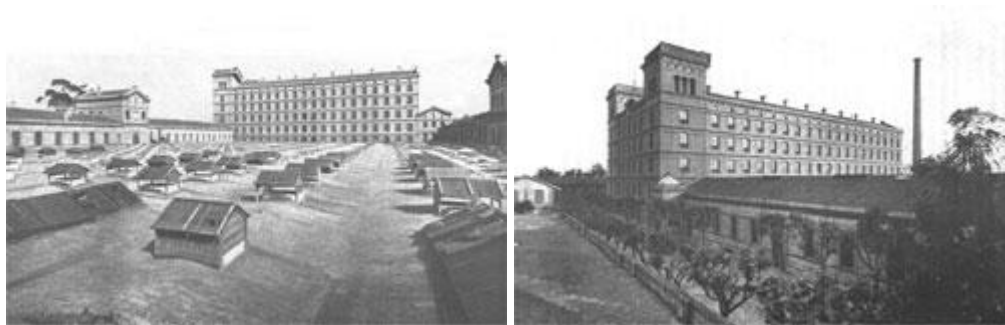
No obstant, l'**EEIB** i també l'**Escola d'Arts i Oficis** (que depenia de l'**EEIB**) es finançaven amb fons estatals, provincials i locals tal i com era usual amb les institucions d'ensenyament més antigues i per tant la influència dels òrgans governamentals sobre l'**EEIB** estava racionada. L'**EEIB**, que era conscient de les deficiències del sistema educatiu, es negà a congregar amb totes les exigències de la **Mancomunitat** i la **Diputació de Barcelona**, monopolitzades per la **Lliga Catalanista** liderada per **Antoni Puig i Cadafalch**, que pretenien exercir una major influència en els currículums de les universitats autòctones degut a una major aportació de fons

que l'Estat. **Paulí Castells**, que havia assumit les direccions de l'EEIB i de l'Escola del Treball (aquesta substituï el 1913 l'Escola d'Arts i Oficis, el control de la qual passà a mans de la Diputació) des de 1913 participà en els diferents capítols de desavinences amb el Govern català pel seu apropament al Govern Espanyol. Per una banda, **Paulí Castells** desitjava mantenir l'Escola lluny dels interessos partidistes però per altra banda, mantenia com altres professors i estudiants el desig encès d'abandonar les precàries localitats que encara conservava l'EEIB a l'edifici de l'Escola Literària i que no estaven adaptades a les necessitats de l'ensenyament tècnic.



Fotografia 13: Fotografia de la Universitat Literària a la Plaça Universitat de principis de segle XX.

Un dels episodis més tensos, que es prolongà fins més enllà de la dècada dels 20, fou el trasllat de l'EEIB a les dependències de l'Escola Industrial, per a la qual la Diputació adquirí la colònia industrial de **Ca'n Batlló** del carrer Urgell de Barcelona. Les friccions de la Diputació amb l'EEIB propiciat per un desig del Govern Català per fer-se amb el control dels plans d'estudi i el conseqüent rebuig de **Paulí Castells**, foren causa d'un constant bloqueig per part de la Diputació per a que els departaments de l'EEIB es traslladessin a **Ca'n Batlló**. Un dels fets més rocambolescos d'aquest procés va ser la denegació dels plànols el 1915 per al trasllat quan ja s'havia donat la ordre a la majoria de professors. Aquestes múltiples friccions anaven acompanyades d'un intercanvi dialèctic pacificador entre el màxim representant de l'EEIB, **Paulí Castells**, i la Patronal i la Diputació que mostraven una actitud més hostil en les seves exigències. Les amenaces constants de la Diputació de cessar els fons necessaris per mantenir l'escola, causant la seva desaparició, conduí a **Paulí Castells** a prendre la decisió el 1917 de realitzar per a l'EEIB una incorporació plena a l'Estat Espanyol, els motius de la qual foren expressats en el seu article *La Incorporación al Estado*.



Fotografies 14 i 15: Imatges de la Colònia de Ca'n Batlló, on s'havia d'ubicar l'Escola Industrial.

Entretant, la **Diputació** ja havia traslladat tots els departaments de l'**Escola de Treball** a l'**Edifici del Relotge** de l'**Escola Industrial**, que incloïen diferents especialitats en teixits, química, electricitat, etc. i per a les quals es crearen laboratori i tallers. Aquest fet també propicià més friccions doncs tant el material com els professors seguien sent compartits entre l'**EEIB** i aquesta. Tanmateix, seguint l'objectiu d'un ensenyament tècnic que satisfés tan les necessitats industrials catalanes reals com les ideològiques, la **Diputació** no dubtà en crear els seus propis centres d'ensenyament finançats íntegrament per la **Mancomunitat** i ubicats a l'**Escola Industrial**, entre els quals destacà la creació el 1917 de l'**Institut d'Electricitat i Mecànica Aplicades (IEMA)**, dirigit per **Esteve Terrades** i també ubicat a l'**Edifici del Relotge**.

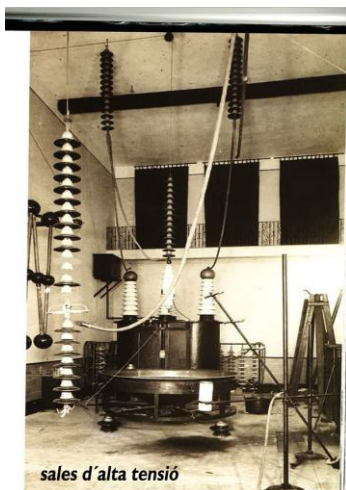
Considerem aquest fet molt rellevant per a la nostra investigació, doncs l'**IEMA** es va condicionar amb nous laboratoris i tallers, que juntament amb els laboratoris de les seccions de l'**Escola de Treball** foren l'arrel per a la creació el 1922 del **Laboratori General d'Assaigs i Condicionament (LGAC)**, la direcció del qual ha anat passant per varis òrgans públics i privats, doncs aquests ha estat existint des d'aleshores. Seguidament indagarem més en la temporalitat i història del **LGAC** degut a la confluència de personatges que han participat en la construcció de la **Calculadora Planell** doncs gràcies a l'expedient que manté el **MNACTEC** podem confirmar que en algun moment o altre aquesta es va realitzar en alguna de les dependències del laboratori. Posteriorment, el **LGAC** també va ser utilitzat pels professors i estudiants dels departaments de l'**Escola d'Enginyeria Industrial de Barcelona**, doncs amb el canvi de règim degut al cop d'Estat de **Miguel Primo de Rivera**, s'accelerà el procés a través del qual definitivament l'**EEIB** es traslladà a les dependències de l'**Escola Industrial** el 1927. Per concloure aquests fets històrics, acabarem mencionant que **Paulí Castells** va ser director de l'**EEIB** en dos etapes: la primera i més prolongada de 1913 a 1931, i la segona de 1940 a 1943.

3.2.2. El Laboratori General d'Assaigs i Investigacions Científiques

En aquesta secció no ens interessa tant indagar cronològicament en els fets que han definit la història del **Laboratori General d'Assaigs i Condicionament** presentat anteriorment sinó en prologar adequadament a través d'aquesta institució personatge significatiu per a la investigació històrica de la **Calculadora Planell**.

Tot i que no ho hem citat abans, els precedents del **Laboratori General D'Assaig i Condicionament** es remunten al 1907, quan la **Mancomunitat**, en el seu afany per crear una estructura d'ensenyament tècnic adequada als seus interessos, posà en marxa el **Laboratori d'Investigacions i Assaigs** a l'**Edifici del Rellotge** de l'**Escola Industrial**. L'objectiu d'aquest era prestar un servei útil a la indústria i al comerç. Entretant, a una eminència local com va ser **Esteve Terrades**, la **Diputació** li va proposar organitzar una **Escola d'Electrotècnia** tot i que no es va arribar a materialitzar. **Esteve Terrades** (1883 – 1950) tingué una carrera fulgurant com a científic, que l'acabà portant a ocupar la Càtedra d'Acústica i Òptica a la **Facultat de Ciències de Barcelona** el 1906 i entrà a la **RACAB** el 1907, entre d'altres ocupacions de caràcter docent. Per la bona relació que va establir amb els dirigents polítics catalans va ser escollit membre fundador de la **Secció de Ciències de l'Institut d'Estudis Catalans** així com també va obtenir alts càrrecs en altres institucions públiques vinculades al catalanisme com ara la **Secció Tècnica de Ferrocarrils**. No obstant, el seu desig prematur sempre havia estat ser enginyer motiu pel qual el portà a ingressar com a estudiant de l'**EEIB** fins a completar els seus estudis el 1909. Així doncs, per la seva trajectòria i preparació se li oferí realitzar i dirigir el 1917 l'**Institut d'Electricitat i Mecànica Aplicada** doncs per les qüestions que hem explanat anteriorment les escoles tècniques superiors com l' **EEIB** s'oposaven a renovar plans d'estudis. Es donava el títol de Director d'Indústria (no reconegut per l'Estat) però permeté assolir els plans de pensament catalanista de la **Mancomunitat** per reunir la formació teòrica i la pràctica.

Després la creació d'aquest institut, juntament amb la consolidació tant del **Laboratori General D'Assaig i Condicionament** inaugurat el 1907 com dels diferents laboratoris ubicats a l'**Escola Industrial**, es donà peu a la unificació sota una mateixa organització del **Laboratori General d'Assaig i Condicionament** de 1927, que passaria a ser dependent de la **Mancomunitat**. En **Terrades** participà activament en el condicionament del **LGAC** i comptà amb la col·laboració estreta de **Francesc Planell Riera**, que havia estat nomenat subdirector i professor d'electrotècnia el 1918 del recent creat **Institut d'Electricitat i Mecànica Aplicada**. Aquest últim va participar de manera decisiva durant anys en el desenvolupament i creixement d'aquest institut, el càrrec de director del qual ocupà quan ho va deixar **Esteve Terrades** el 1927. Per la seva especialització, s'esforçà en dotar òptimament una de les seccions del **LGAC**: el **Laboratori d'Electricitat i Mecànica Aplicada**.



Fotografia 16: Sales d'alta tensió del Laboratori General d'Assaigs i Condicionament.

Posteriorment, el **LGAC** va anar canviant de titularitat i de nom doncs passà a ser denominat el **Laboratori General d'Assaigs i Investigacions** el 1935, apel·latiu amb el que és majoritàriament reconegut en l'actualitat. També les seves funcions van anar mutant des de 1944 arran de la fundació de l'**Institut d'Investigacions Tècniques**. No obstant, ambdós van seguir ubicat a les instal·lacions de l'**Escola Industrial** fins al 1987 i l'estructura dels departaments es mantingué més o menys intacte respecte als de la inauguració del **LGAC** el 1922. En **Francesc Planell** en va arribar a ser codirector i el seu us hauria estat una element transcendent durant anys tant per a les seves sessions amb alumnes així com també per a les seves investigacions privades, entre les quals podríem concebre-hi el muntatge de la **Calculadora Planell** en un període en el qual el laboratori depenia de la **Diputació**, tal i com indica l'expedient ressenyat al principi de la investigació.

Tanmateix, després d'una visita a l'**Arxiu Nacional de Catalunya** on hi estan guardats tots els documents històrics que es conserven sobre les activitats del **LGAI** en el període que comprèn des de la seva creació fins a deixar de pertànyer a la **Diputació**, hem pogut constatar que en cap font consultada es fa referència o menció a la **Calculadora Planell**. Aquestes fonts consultades abasten un rang ampli d'experiments i investigacions en l'àmbit estrictament comercial com ara proves d'aparells de mesura i components elèctrics, proves d'aparells auxiliars, proves químiques i físiques, resistències de materials de construcció, etc. així com també una extensa documentació en torn a la facturació de l'entitat i permisos d'investigació. Però ni tan sols en els arxius de l'inventari de béns immobles de les dates que comprenen de 1929 fins a 1983, aquesta última data en la qual la **Diputació** va cedir la **Calculadora** al **MNACTEC**, hem estat capaços de cercar alguna referència més o menys explícita. En canvi sí hem localitzat algunes ressenyes d'en **Planell** en torn a comprovacions rutinàries del funcionament d'aparells i materials elèctrics per a empreses privades. Cap la possibilitat de que degut a la funció comercial del **LGAI**, molt més distingible que l'acadèmica, el registre d'aquest artefacte hagi restat en algun arxiu particular de l'**Escola Industrial** tot i que la custòdia d'aquest objecte hagués estat en mans de la **Diputació** fins a la data de la seva donació.

Fins ara tan sols hem mencionat vagament en **Francesc Planell**, tot i que haurà estat suficient per formar-se una idea sobre la seva rellevància en l'àmbit de la tècnica nacional. Tanmateix aquest és també una de les figures més importants en la nostra investigació doncs a ell se li atribueix l'autoria de la **Calculadora Planell**. Tot i que la figura central d'aquesta secció és en **Paulí Castells**, creiem que una indagació en la biografia d'en **Francesc Planell** ens poden indicar les direccions que ens condueixin a l'origen de la **Calculadora Planell**.

3.2.3. Vida i obra de Francesc Planell Riera



Fotografia 17: Francesc Planell Riera

Francesc Planell Riera (1886 – 1973) finalitzà els seus estudis a l'**Escola d'Enginyeria Industrial de Barcelona** el 1908. Des d'aleshores ja destacà en la seva principal especialització, l'electrotècnica, doncs al finalitzà els estudis va projectar un motor elèctric de corrent continu que es va instal·lar en els tallers de les plantes que ocupava l'**EEIB** a l'edifici de la **Universitat Literària**, substituint els motors de gas, molt menys eficients.

Tot i la seva vocació docent, a diferència d'altres acadèmics com en **Paulí Castells**, en **Francesc Planell** ho va compatibilitzar amb una intensa activitat en el món de l'empresa pública i privada. Des de la finalització dels seus estudis va entrar a formar part el 1909 de la **Indústria Eléctrica**, que recentment s'havia fusionat amb **Siemens**. Ulteriorment es va incorporar com a enginyer a la **Compañía Barcelonesa de Electricidad**, professió que exercí de 1912 a 1914. Per qüestions de salut, en aquest període hagué de viatjar a Suïssa però això no l'impedí de col·laborar en la secció de projectes de l'empresa **Brown Boveri**. No obstant, la 1ª Guerra Mundial l'obligà a tornar a Barcelona, on com ja hem desenvolupat completament en la secció anterior forjà una estreta cooperació amb **Esteve Terrades** per fer créixer en qualitat l'**Institut d'Electricitat i Mecànica Aplicades**, del qual va arribar a ser-ne director el 1927. A part de la seva estada en l'entorn empresarial, que li donà una enorme experiència en la construcció i explotació de xarxes elèctriques i estacions transformadores, també mostrà un coneixement profund en altres camps de electrotècnica com per exemple en els fonaments,

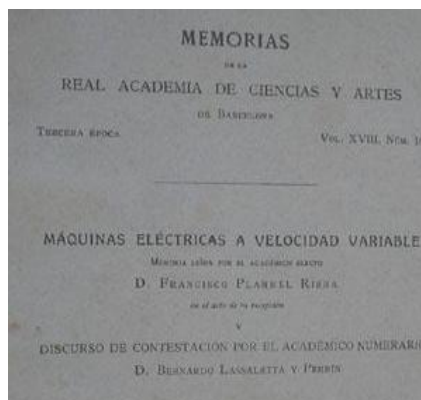
disseny i construcció de màquines electrotècniques, dots que el permeteren esdevenir professor d'algunes assignatures dels últims cursos de l'**Institut d'Electricitat i Mecànica Aplicades**.

L'activitat pública d'en **Castells** no es limità tan sols a això doncs l'any 1924 accedí a noves responsabilitats entre les quals destaquen per la seva importància la de director de l'**Escola Industrial** (càrrec que va ocupar fins el 1940). També tornà a treballar amb **Esteve Terrades** a partir de 1924, aquest cop per a la **Ferrocarril Transversal Metropolitano Universal** de Barcelona, comunament denominat **Metro**, i de la qual en va ser director entre 1928 i 1929.



Fotografia 18: Ferrocarril antic del Metro de Barcelona, dissenyat gràcies a la col·laboració d'en Francesc Planell-

Els que el conegueren, el varen definir com un home amb gran iniciativa i una capacitat de treball immensa, doncs el seu esperit el dugué sempre a nous reptes. Prova d'això és que el 1921 accedí a la **Reial Acadèmia de les Ciències i de la Tècnica de Barcelona**, on el 1924 hi publicà un famós article: **Máquinas Eléctricas a Velocidad Variable**, dintre del qual es detalla minuciosament com es pot construir algunes de les peces per a un ferrocarril. La seva activitat com a docent també es va anar expandint cap a altres institucions doncs des de 1932 fins a 1956, any de la seva jubilació, es dedicà a ser professor de diverses assignatures d'electricitat i electrotècnica a l'**Escola d'Enginyers Industrials de Barcelona**, en la qual va obtenir el 1951 la **Càtedra d'Electrotècnica**. Al llarg de la seva vida va anar recollint distincions meritòries per la seva tasca en difondre l'electrotècnica com cap personatge nacional ho ha fet mai.



Fotografia 19: Part de la portada que acompanyava l'article del discurs de presentació de Francesc Planell a la RACAB

Per enllaçar amb la següent secció, pensem que probablement en la seva agitada vida professional deuria compartir espais d'institucions amb altres acadèmics tot i l'heterogeneïtat d'especialitats que es pogueren donar entre ells. Algunes d'aquestes reunions es donaren i encara es donen a la **RACAB**. Tot i que no és te cap constància documental és plausible que en **Paulí Castells**, dissenyador de l'**Algèbric Elèctric** encara que la seva especialitat fossin les matemàtiques, mantingués un vincle intel·lectual i d'influència recíproca amb en **Francesc Planell**. Així doncs, abans d'introduir-nos en l'estudi de l'**Algèbric Elèctric** i les analogies amb la **Calculadora Planell**, convé veure des d'una perspectiva tècnica però també històrica quines qüestions eren tractades pels nostres personatges quan es reunien. Per a això, considerarem algunes de les publicacions d'en **Paulí Castells**, retornant a l'estudi de les **calculadores analògiques**. Convé mencionar que ambdós personatges van presidir la **RACAB**; en **Paulí Castells** de 1945 a 1946 i en **Francesc Planell** de 1958 a 1961.

3.3. Paulí Castells a la RACAB

Creiem que investigar el llegat de **Paulí Castells** en aquesta institució no és un esforç fútil doncs a través dels seus textos tornem a enllaçar amb les parts de la investigació que tractaven sobre els **analitzadors diferencials** i els seus artífexs. La **Reial Acadèmia de les Ciències i de les Arts de Barcelona** és una de les institucions locals científiques més prestigioses i antigues, doncs es constituí el 1764 amb el nom de **Conferencia Fisicomatemàtica Experimental**. L'objectiu d'aquesta era esdevenir una entitat pública important que fos un element promotor de la investigació en les ciències i en les arts aplicades i que es convertís en un símbol del reconeixement de la contribució de la ciència i de la tècnica a la societat. Els seus integrants, tant antigament com en l'actualitat, estan vinculats als centres docents més importants: majoritàriament Universitats i instituts d'investigació, i el seu ingrés a l'acadèmia es manifesta com una forma de gratitud i valoració pels seus treballs en algun dels diferents camps de la ciència i de la tècnica. Els seus membres solen ratificar el seu accés amb un article de presentació vinculat a algun dels temes en els quals han estat reconeguts com a experts, tot i que ulteriorment seguiran publicant articles en les memòries de la **RACAB**. A

continuació, amb alguns dels articles de **Paulí Castells** podrem indagar en l'estil d'aquests articles.



Fotografia 20: Façana de l'edifici de les Rambles de Barcelona on s'ubica actualment la RACAB.

3.3.1. Representacions mecàniques dels fenòmens elèctrics

Las representaciones mecánicas de los fenómenos eléctricos de 1913 va ser l'article de presentació d'en **Paulí Castells** amb el qual va ser reconeguda el mateix any la seva incorporació a l'acadèmia barcelonina. Essent encara en **Paulí Castells** un jove investigador, la publicació ens exhibeix part de les seves inquietuds intel·lectuals i científiques, en concret les relacionades amb els fenòmens elèctrics. Convé mencionar que si bé molts enginyers valoren els esforços d'en **Castells** en l'àmbit de la introducció de les matemàtiques en l'ensenyament tècnic en canvi desconeixen que posseïa uns consistents coneixements en electromagnetisme, tot i que actualment els podríem arribar a classificar d'esbiaixats doncs aquest assumí la revolució relativista paulatinament.

Introduint-nos ja en el contingut explícit de l'article, primerament ens narra eloqüentment el que per a ell és un triomf relatiu de la ciència com a *empresa humil* que amb els seus models mecànics de la física clàssica i partint d'unes poques hipòtesis pugui explicar el funcionament d'un fenomen en termes matemàtics. Tanmateix, per a ell són un altre tipus de fenòmens, els electromagnètics, els menys explicables però també els que tenen més aplicabilitat. Així doncs, es veié encoratjat a proposar un estudi de l'electricitat a través de models mecànics de manera que es pugui reproduir un fenomen amb diferents mecanismes i no pas a través de l'abstracció de les equacions diferencials. Argumenta que mentre els matemàtics i alguns filòsofs es mantindrien escèptics amb aquesta concepció, els físics no haurien de vacil·lar en acudir a les representacions mecàniques dels fenòmens elèctrics com a complement del treball teòric.

Per a ell, aquesta manera d'investigar els fenòmens es podria dur a terme per tres raons de pes: i) per a una finalitat purament didàctica amb la qual facilitar la conceptualització de fenòmens elèctrics, ii) per comprovar els resultats d'una explicació mecànica determinada i iii) com a mitjà per investigar noves explicacions teòriques com a resultat d'una investigació electromecànica. L'objectiu d'un estudi d'aquest tipus seria per determinar la dilatada relació que guarden les hipòtesis formulades per l'electricitat teòrica i les representacions mecàniques. És per això que en **Castells** creu convenient reforçar la seva posició explicant des d'una perspectiva històrica com havia evolucionat aquesta relació. Convé subratllar el fet que algunes de les argumentacions per defensar aquesta manera de procedir eren anàlogues a les de **Leonardo Torres Quevedo**.

En la primera etapa, que en **Castells** situa en el primer terç del segle XIX, menciona la preponderant analogia que es dugueren a terme els estudiosos dels fenòmens electromagnètics entre l'electricitat i els fluids. En aquests models, encara útils per la seva usabilitat, l'electricitat es movia per un circuit semblant als models hidràulics sobre potència i treball. Tanmateix, ell valora que aquestes representacions mecàniques no han estat mai una representació fidedigna de la naturalesa dels fenòmens elèctrics doncs no concep que epistemològicament un fluid que circulava per una canonada tingui acció sobre un altre fluid que no se comunica amb el primer, entre altres ambigüitats.

En la segona etapa, detalla que nous descobriments permeteren explicar els fenòmens elèctrics pel mitjà intermedi, és a dir, que l'acció de l'electricitat i el magnetisme es realitzaria a distància sense haver d'acudir a l'explicació mitjançant fluids. No obstant, com que ell estava convençut de la necessitat d'usar un mitjà intermedi responsable de la transmissió d'energia elèctrica com l'èter, opina que aquesta concepció a distància portava a equívocs i a més ambigüitats. Abans de la revolució relativista en la qual l'èter esdevingué un element superflu, cada investigador atribuïa les propietats que li interessaven per a les seves investigacions; en **Castells** seguia convençut de que l'èter era el mitjà ideal mecànic per explicar la transmissió d'energia. Tanmateix, apunta a que aquesta nova representació no havia estat un impediment per als investigadors per a una representació mecànica dels fenòmens elèctrics. L'autor apunta a alguns exemples com ara els aparells d'inducció electrodinàmica de **Ludwig Boltzman** per reproduir fidelment un fenomen i les seves lleis a través de diferents mecanismes i dispositius així com també el intent de l'investigador suec **Ebert** d'usar engranatges diferencials per representar mecànicament dos circuits d'inducció mútua. Tot i això, admet que aquesta segona etapa suposa una explicació dels fenòmens que obstaculitza el procés d'explicació mecànica per ser antiintuïtiva.

En la 3a etapa, contemporània a **Castells**, exposa que les noves teories sobre els moviments dels electrons de la teoria electrònica i la radiació feien encara més difícil obtenir una representació mecànica i aquest motiu és causa d'una pèrdua d'interès entre els investigadors.

Tot i això, en el seu empeny per ajustar-se a les noves explicacions ontològiques narra que juntament amb el doctor **Tallada** realitzà a les instal·lacions de l'**EEIB** un experiment per registrar com es veia afectat un conductor sotmès a grans velocitats en direcció contrària a la direcció del corrent elèctric que hi circulava. Malauradament l'experiment fracassà per errors en l'electròmetre.

Com era habitual, tot article de presentació a la **RACAB** per celebrar la incorporació d'un nou membre era objecte d'una contestació per part d'algun integrant més antic. L'article de resposta va ser elaborat per en **Esteve Terrades**, que va ser el padrí d'en **Paulí Castells** en el procés d'admissió d'aquest. En un to cordial, **Terrades** lloà la capacitat intel·lectual del seu apadrinat pels coneixements en electrodinàmica exposats i també valorà la capacitat mental d'en **Castells** per a la recerca de l'aplicabilitat dels descobriments, tot i que l'acusa de ser excessivament mecanicista. No obstant, més enllà de les descripcions explícites en l'article, una lectura entre línies ens obre les portes a conèixer en quines direccions anaven les investigacions d'en **Paulí Castells**, que aleshores ja havia presentat la **Balança Algèbrica**, i quines podien ser les seves fonts d'inspiració. Addicionalment, aquesta lectura és un retrat exacte d'una era de revolució de la nova física teòrica que encara no s'havia assentat. En altres parts de la publicació es fa referència a nous descobriments com ara la investigació a nivell internacional que s'estava portant a terme sobre els protons. D'alguna manera, el trànsit d'informació entre la col·lectivitat científica i tècnica ja era un fet tangible i real.

No obstant, les noves fites científiques no alteraren el curs de la recerca d'en **Paulí Castells**, doncs aquestes tampoc havien de tenir un impacte considerable en el disseny de calculadores analògiques, l'objectiu de les quals era realitzar càlculs de manera ràpida i efectiva. Els nous descobriments sí tingueren un efecte revolucionari en el món de les **calculadores digitals** doncs com mencionarem al principi del nostre treball aquestes van fer obsolets els dissenys mecànics per al càlcul.

3.3.1 Sobre la resolució mecànica de sistemes d'equacions lineals

Aquest article, també divulgat a través de la **RACAB**, és molt posterior a l'anterior, doncs es va incloure en les publicacions de 1933 amb el nom de **Resolución Mecànica de los Sistemas de Ecuaciones Lineales**. En aquest, en la primera part en **Castells** es pregunta quin és el mètode mecànic (algorisme) matemàticament ideal per a resoldre sistemes d'equacions lineals utilitzant el mínim d'operacions possibles, doncs era una qüestió fonamental per a diferents aplicacions tècniques com ara càlcul de distribucions elèctriques, els treballs de compensació geodèsic, etc. Exposa que en un sistema d'equacions lineals amb n incògnites i n equacions, el mètode de Cràmer conduiria a la realització de $(n+1)!$ operacions, per això advocava per trobar un mètode de càlcul que simplifiqués el procés.

Denuncia que això encara no havia estat resolt mentre en alguns camps tècnics sí s'havien desenvolupat instruments pràctics per al càlcul de magnituds sense haver d'acudir a les matemàtiques de *llapis i paper*. Entre aquests instruments menciona l'elaboració de màquines de diferències per obtenir taules numèriques o fins i tot màquines que integraven equacions diferencials. Tot i no ser explícit, se'ns dubte feia referència a l'**Aritmòmetre Electromecànic** de **Leonardo Torres Quevedo** i a l'**Analitzador Diferencial** de **Vannevar Bush**. A continuació, passava a presentar com funcionava el prototip del **Ternal Algèbric** en una manera gairebé idèntica al del seu discurs de presentació a l'**Associació d'Enginyers Industrials de Barcelona** el 1932. És per això, que en la següent secció l'estudi del **Ternal Algèbric** ens servirà d'enllaç per presentar l'**Algèbric Elèctric**, en els fonaments del qual creiem que es basa la **Calculadora Planell**.

4. L'Algèbric Elèctric

4.1. Aportació al càlcul mecànic

El 1945, **Paulí Castells** presentà el seu últim article a la **RACAB** titulat ***Aportación al Cálculo Mecánico***. Aquest assaig comença al·ludint a la frustrada experiència comercial del model compacte del **Ternal Algèbric**, l'**Algebric**. Aquest últim havia estat presentat a la **RACAB** el maig de 1933, i en mires de la construcció d'alguns aparells destinats a centres d'ensenyament i oficines tècniques adquirí la patent d'invenció en diferents països. No obstant, **Castells** lamenta que les *catàstrofes* de la **Guerra Civil Espanyola** i de la **2^a Guerra Mundial** no van propiciar un entorn favorable per a la comercialització d'un aparell que bé podia contribuir a finalitats militaristes. Tot i això menciona que es mostrà orgullós per almenys haver rebut el reconeixement i elogis del també enginyer i matemàtic **Maurice d'Ocagne**, el pare de la nomografia. **D'Ocagne** qualificà l'**Algebric** d'"invenció del més alt interès", i l'aparell va ser presentat el maig de 1936 a la prestigiosa publicació francesa ***Comptes rendus de l'Académie des Sciences de Paris***.

RESOLUCION MECANICA DE LOS SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

ALGEBRIC

RÉSOLUTION MECANIQUE DES SYSTÈMES D'ÉQUATIONS LINEAIRES

Interesante para Oficinas técnicas y Centros de Enseñanza

—————

Cálculo de Redes eléctricas, Vigas continuas, etc.




Fig. 1

D'intérêt pour les Bureaux techniques et Centres d'Enseignement

—————

Calcul des Réseaux électriques, Poutres continues, etc.

$$\begin{aligned}
 a x + b y + c z + \dots &= k \\
 a' x + b' y + c' z + \dots &= k' \\
 a'' x + b'' y + c'' z + \dots &= k'' \\
 \dots & \dots
 \end{aligned}$$

El aparato "ALGEBRIC" da los valores de las incógnitas x, y, z, ... así que acaban de inscribirse en el aparato los coeficientes del sistema.

(Patentada en todos los países)

L'appareil "ALGEBRIC" donne les valeurs des inconnues x, y, z, ... au moment qu'on vient d'inscrire dans l'appareil les coefficients du système.

(Breveté dans tous les pays)

Fotografia 21: Publicitat destinada a comercialitzar l'Algebric.

Com ja varem exposar en una altra secció, l'infortuni no tan sols es cenyir contra l'aventura comercial de l'**Algèbric**, sinó que també cercar altres vies tangibles d'investigació d'en **Castells**, concretament les que tenien per objecte desenvolupar noves **calculadores analògiques** a través de nous mètodes de càlcul matemàtic mecànic. És en aquest article on en **Castells** expressa la desolació que sentí quan un explosiu va destruir el prototip d'**Algèbric Elèctric**, destinat a ser l'evolució natural del **Ternal Algèbric** però amb fonament electromagnètic per a resoldre sistemes d'equacions lineals. Tanmateix, en aquest article en **Castells** detalla per una banda els fonaments analògics matemàtics amb els quals estructurar els artefactes elèctrics de la calculadora i per altra banda dóna una explicació del que hauria estat el seu funcionament. Entre les nostres hipòtesis ja varem esmentar que l'únic testimoni de la construcció material de l'**Algèbric Elèctric** és la **Calculadora Planell**.

Abans d'iniciar-nos en el coneixement exhaustiu de l'**Algèbric Elèctric** tal i com l'exposà **Castells**, creiem apropiat indagar en els mecanismes i funcionament del **Ternal Algèbric**, que tot i les seves limitacions, el 1932 s'erigí com la primera **calculadora analògica** amb la capacitat de resoldre sistemes d'equacions lineals de tres incògnites i tres equacions, doncs ni el propi **Castells** ni nosaltres tenim constància que en tot el món s'hagués portat a terme la realització d'una màquina destinada a aquest objectiu concret.

4.2. El Ternal Algèbric

Leonardo Torres Quevedo en *Memoria sobre las Máquinas Algebraicas* de 1983 ja va mostrar les seves preocupacions per les restriccions i errors en al càlcul a que conduïen les tecnologies dels mecanismes mecànics d'una calculadora analògica. Aquestes limitacions dugueren a alguns investigadors a fonamentar una nova generació principalment de **calculadores digitals** però també de **calculadores analògiques** amb fonaments electromagnètics entre les quals comptem amb la singular **Calculadora Planell**.

Tot i que eren no haguem indagat en el funcionament de l'**Algèbric Elèctric** i molt menys el de la **Calculadora Planell**, la familiarització amb els elements i mecanismes del **Ternal Algèbric** d'en **Paulí Castells** presentat el 1932 a l'**Associació d'Enginyers Industrials de Barcelona** contribuiran a ampliar els nostres coneixements tant en les **calculadores analògiques** com en distingir les analogies amb l'**Algèbric Elèctric** que analitzarem més endavant.

4.2.1. Funcionament del Ternal Algèbric

El funcionament detallat d'aquesta **calculadora analògica** es troba a l'article realitzat expressament per a la seva presentació el 1932: ***Polipasto Algèbrico para hallar los valores de las incógnitas en los sistemas de ecuaciones lineales*** a l'Associació d'Enginyers Industrials de Barcelona.

POLIPASTO ALGÉBRICO
para hallar los valores de las incógnitas en los
sistemas de ecuaciones lineales

CONFERENCIA

DADA POR EL

DR. D. PAULINO CASTELLS VIDAL

INGENIERO INDUSTRIAL Y DOCTOR EN CIENCIAS

EN LA

ASOCIACION DE INGENIEROS INDUSTRIALES
DE BARCELONA

el día 11 de Junio de 1932



Fotografia 22: Portada que acompanyava la publicació on es presentà el Ternal Algèbric, el 1932



Fotografia 23: Ternal Algèbric conservat al Laboratori de Mecànica Aplicada a l'ETSEIB

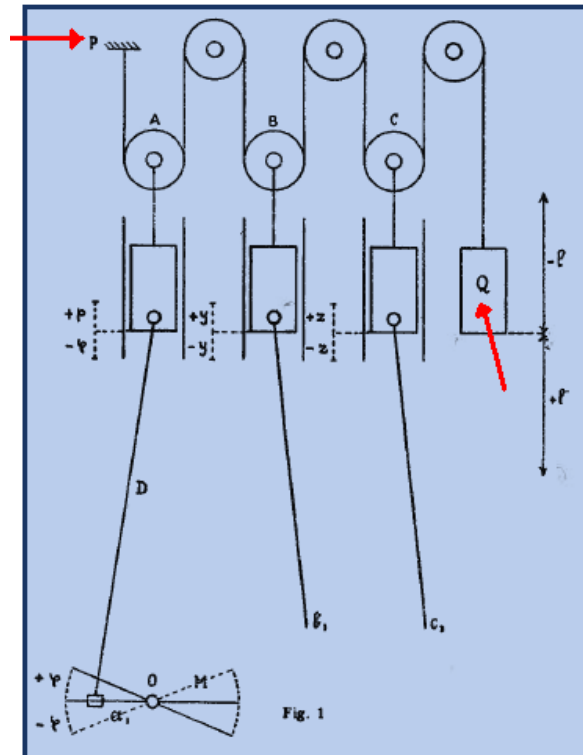
Com ja hem especificat anteriorment, el **Ternal Algèbric** resol sistemes d'equacions lineals a priori compatibles determinats amb tres equacions i tres incògnites com el següent:

$$a_1X + a_2Y + a_3Z = S_1$$

$$b_1X + b_2Y + b_3Z = S_2$$

$$c_1X + c_2Y + c_3Z = S_3$$

El fonament de l'aparell consisteix en la materialització de cada una de les equacions en un ternal. En aquest ternal hi trobem dos jocs de politges: les fixes, que estan més elevades, i unes mòbils que es desplacen ascendentment o descendentment. Un fil inextensible però no rígid passa per les superfícies laterals d'aquestes politges, quedant subjecte un dels extrems en el punt P i acabant l'altre amb un pes Q, tal i com s'indica en el següent esquema:



Il·lustració 4: Esquema fonamental del Ternal Algèbric

També s'aprecia en l'aparell que cada politja mòbil sosté un pes. Així doncs, seguint aquest esquema; si la politja A, que es de les mòbils, recorre una distància de magnitud x (ascendent o descendent), aleshores les politges B i C estaran forçades a recórrer una distància y i z respectivament en alguna direcció amunt o avall, de manera que el camí recorregut pel pes Q (el pes final) és

$$d/2 = x \pm y \pm z.$$

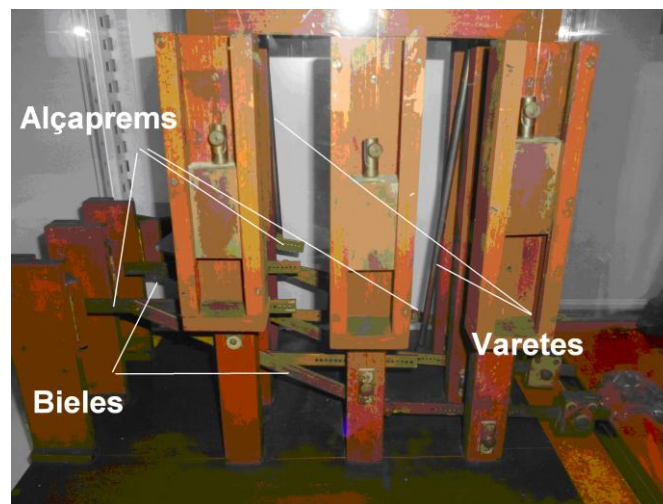
Amb aquest procediment queda definida una equació lineal els coeficients de la qual són $+1$ o -1 per a totes les incògnites. Si volem trobar solucions per a sistemes amb altres coeficients que no siguin $+1$ o -1 , aleshores ens valem d'un alçaprem¹ per a cada un dels pesos units a les politges mòbils a través d'una vareta D (veure esquema), on el punt de contacte entre la vareta i l'alçaprem es pot ajustar. D'aquesta manera, si extrems dels alçaprem són els que recorren les distàncies x , y i z anteriorment considerades, aleshores els pesos recorreran camins proporcionals a les distàncies x , y i z i també la longitud de cada maneta, és a dir la distància a la qual s'hagi col·locat l'articulació respectiva.

¹ Un alçaprem l'equivalent a una palanca composta per una barra rígida que pot girar lliurement al voltant d'un punt de suport. S'usa per amplificar la força mecànica que s'aplica a l'objecte o per incrementar la distància recorreguda per un objecte en resposta a l'aplicació d'una força.

Si anomenem a^1 , b^1 , c^1 (veure esquema) a aquestes distàncies, i essent k un factor de proporcionalitat, aleshores tenint en compte la distància recorreguda pel pes Q podem expressar

$$k \cdot (d/2) = a^1 \cdot x \pm b^1 \cdot y \pm c^1 \cdot z \rightarrow k^1 = a^1 \cdot x \pm b^1 \cdot y \pm c^1 \cdot z,$$

obtenint equacions lineals amb la forma convencional. Aleshores el valor de les incògnites seran els camins recorreguts pels extrems de les manetes, els coeficients les longituds efectives de les manetes i el terme independent resulta proporcional al camí recorregut pel pes Q . Feta cada equació en el ternal, es vinculen els ternals de manera que els valors de les incògnites siguin els mateixos per a tots ells. Això s'assoleix enllaçant les manetes mitjançant una biela que manté les manetes constantment paral·leles.



Il·lustració 5: Ubicació d'alguns dels elements del Ternal Algèbric

Aquests enllaços condueixen a tres variables que són les incògnites x , y , z de les equacions. Hi ha unes altres tres variables vinculades a aquestes que són els camins recorreguts pels extrems dels cables. Així doncs, fixades les articulacions de les manetes en les posicions que demanen els coeficients i donant valors a x , y , z , les posicions dels pesos dels extrems dels ternals queden perfectament determinats. Com que el mecanisme és reversible, si col·loquem aquests últims pesos en les posicions que els hi corresponen, aleshores els extrems de les manetes assenyalaran els valors de les incògnites.

Concloua aquesta breu descripció del **Ternal Algèbric** de fonament totalment mecànic, podríem començar a exposar el funcionament i bases de l'**Algèbric Elèctric**, no obstant, degut a les diferències fonamentals de les forces emprades per a l'articulació dels seus mecanismes creiem adequat una recensió sobre electrotècnica per a una major comprensió tècnica, sobre la qual hi estava tan versat i reconegut pel seu coneixement en **Francesc Planell**, el suposat artífex de la **Calculadora Planell**.

4.3. Fonaments d'electrotècnia i càlcul de xarxes

Paulí Castells definí el **Ternal Algèbric** i la seva versió comercial com un instrument pràctic i didàctic capaç de donar solució numèrica a problemes reals sobre càlcul de xarxes elèctriques, bigues contínues, etc. També l'**Algèbric Elèctric**, en el cas d'haver estat materialitzat i fent us dels mateixos principis físics que donen solució a problemes sobre xarxes elèctriques, hauria estat capaç singularment de resoldre un ampli ventall de qüestions tècniques. Per conèixer més sobre els esmentats fonaments d'electrotècnia sense haver de relegar obligatòriament la recerca històrica, objecte capital de la nostra investigació, no hem dubtat en acudir a les traduccions i obres originals d'alguns experts en electrotècnia com ho era en **Francesc Planell** i en **Manuel Cortés Cherta**, de l'**Escola d'Enginyeria Industrial de Barcelona**; ambdós coincidiren com a professors en la mencionada escola. Va ser reconegut l'esforç del **Dr. Planell** per difondre entre els seus estudiants els nous ensenyaments provinents d'Europa a través de traduccions com la del manual de **Franz Rudolf: Compendio de Electrotecnia Básica**. També **Manuel Cortés Cherta** fou un insigne acadèmic en la docència sobre el funcionament i tipologia de centrals elèctriques i l'accés a alguna de les seves publicacions com ara **Centrales Eléctriques** ens poden facilitar una major comprensió de la finalitat pràctica de l'**Algèbric Elèctric** i altres **calculadores analògiques**. Així doncs, passem a comprendre sense una gran complexitat tècnica però de manera detallada i comprensible, els elements teòrics dels components de l'**Algèbric Elèctric** i per afinitat a la **Calculadora Planell**.

4.3.1. La Llei d'Ohm i aplicacions

Relacions de dependència entre les magnituds elèctriques principals

En tot circuit de corrent tancat es compleix que:

$$U = R \cdot I,$$

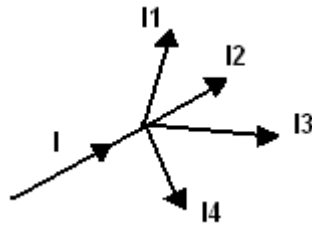
on **U** és la **tensió** i ve expressada en volts. **R** és la **resistència** i la seva magnitud es determina en ohms. La **I** correspon a la **intensitat del corrent elèctric**, expressada en amperes. Si aïllem la intensitat de l'equació anterior, aleshores si **R = 0** → **I = ∞**. Tanmateix en la pràctica sempre existeix una petita resistència de contacte, així doncs la corrent del curtcircuit no és mai infinita tot i que si pot ser molt gran, sent causa de que es fonguessin els fusibles. Hem de mencionar també que la tensió és capaç d'impulsar una corrent de un ampere per una resistència d'un ohm.

Convé recordar que anomenem **curtcircuit** al contacte directe entre conductors que estan sota una determinada tensió. És habitual que en instal·lacions de llum se'n produeixin, ocasionats pel contacte directe entre conductors o bé per les eines de treball al treballar amb tensió. Hem

de ser conscients també de que en tot conductor en el que circula una corrent, es produeix una **caiguda o pèrdua de tensió**. Aquesta part que cau és necessària per donar impuls a la corrent a través de la resistència del conductor.

Les lleis de Kirchhoff en les derivacions de corrent

Les **Lleis de Kirchhoff** fan referència a les relacions de corrent i tensió en **conductors derivats**, i tenen aplicació en el càlcul de les derivacions de corrent o xarxes elèctriques. En la següent il·lustració es mostra una derivació de corrent senzilla, tot i que en la pràctica el **punt de derivació** s'executa generalment com a barra col·lectora.



Il·lustració 6: Representació esquemàtica d'una derivació de corrent en diferents conductors.

Les dues **Lleis de Kirchhoff** enuncien:

1. **Primera llei de Kirchhoff:** En tot punt de derivació, la suma de les corrents que convergeixen és igual a la suma de les corrents que divergeixen del mateix.

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + I_4 + \dots$$

2. **Segona llei de Kirchhoff:** En tot circuit tancat, la suma de les caigudes de tensió en un tram que està entre dos punts de derivació és igual a la suma de caiguda de tensió de qualsevol altre tram que s'estableixi entre els dos punts de derivació.

$$\sum E = \sum (I \cdot R)$$

De les **Lleis de Kirchhoff** es dedueix que en les derivacions **connectades en paral·lel** val la següent relació que ens valdrà per comprendre el funcionament empíric d'un dels elements de l'**Algèbric Elèctric**, de manera que:

$$I_1 : I_2 : I_3 \dots = R_3 : R_2 : R_1 \dots$$

Amb aquestes lleis s'han ideat aparells com les **caixes de resistències**, el funcionament de les quals guarda una estreta relació amb els **reòstats**, que són elements fonamentals per al disseny i construcció de l'**Algèbric Elèctric** com veurem més endavant.

Les **caixes de resistències** serveixen per intercalar resistències conegudes en un circuit. Consten d'uns rodets de fil conductor molt fi i d'unes resistències instal·lades en sèrie sobre una peça metàl·lica de resistència pràcticament nul·la partida per varis llocs. Tot el sistema s'instal·la en una caixa de material aïllant. Unes clavilles metàl·liques amb el cap aïllant s'ajusten perfectament en els orificis de la peça metàl·lica, fent que la corrent que entra per un dels extrems d'aquestes passi per tots els rodets. Si les clavilles no estan posades, aleshores la resistència amb que es trobaria la corrent seria igual a la suma de totes les resistències. Tanmateix, al usar una clavilla es redueix la resistència corresponent al rodet doncs la corrent en realitat passa a través de la clavilla per ser la resistència d'aquesta pràcticament nul·la.



Fotografia 24: Caixa de resistències.

4.3.2. Impedàncies

Si connectem una **bobina** (component d'un circuit elèctric que emmagatzema energia en forma de camp magnètic) a una **tensió alterna** amb el mateix valor que una contínua, aleshores l'amperímetre registra que per la bobina i circula una corrent més petita. Això pressuposa la idea de que la resistència de la bobina augmenta, i per això a la **resistència total a la corrent alterna** és anomenada **resistència aparent** o **impedància**. El valor de la impedància s'obté per l'addició geomètrica de la **reactància** (o **resistència fictícia**, doncs no pren part en l'absorció de potència de la bobina) i la **resistència òhmica** pròpia de la bobina. Aquest fenomen permet establir la relació de tensió d'una bobina amb reactància inductiva i resistència òhmica, no permetent que la bobina d'un electroimant d'un comptador de corrent alterna pugui connectar sense més a una tensió contínua del mateix valor. La corrent contínua només trobaria la resistència òhmica i augmentaria la intensitat fins a un punt en que es cremaria la bobina.

De la mateixa manera, els **enrotllaments** de transformadors i motors de corrent alterna, al connectar-los a una tensió contínua del mateix valor es fondrien. Recordem que en electrotècnica un enrotllament d'una bobina és el conjunt d'espines solenoides destinades a produir el flux magnètic al ser recorregudes pel corrent elèctric. N'hi ha de diferents tipus i

poden estar instal·lades en diferents aparells. Per a corrent alterna també és vàlida la Llei d'Ohm, però cal substituir la resistència per la impedància.

4.3.3. Corrents de curtcircuit

Gràcies a les aproximacions conceptuals anteriors d'alguns fenòmens electromagnètics ara podem avançar en la comprensió d'alguns mètodes de càlcul aplicats a les xarxes elèctriques, doncs una de les qüestions més importants a resoldre són les derivades per la possibilitat de curtcircuits en una xarxa. Veiem sumàriament algun d'aquests mètodes:

Càlcul de la corrent de curtcircuit en una xarxa: mètode òhmic

La determinació dels majors valors de la corrent de curtcircuit en un punt d'una xarxa, a efectes de l'adequada elecció de l'interruptor que té que suportar i interrompre el curtcircuit es pot realitzar mitjançant el mètode dels valors òhmics, basat en la llei d'Ohm anteriorment mencionada. Tanmateix, les impedàncies s'han de mantenir constants, entre d'altres particularitats tècniques.

Generalment, el desenvolupament d'aquest càlcul exigeix els següents passos:

- i) Traçar un esquema del sistema elèctric, amb indicació de les tensions i impedàncies que tenen a veure amb la possibilitat d'un curtcircuit.
- ii) Reduir totes les impedàncies a una tensió comuna.
- iii) Simplificar l'esquema traçat utilitzant un altre equivalent que permeti calcular la impedància total.
- iv) Calcular el valor de la corrent inicial simètrica de curtcircuit i multiplicar aquest valor per un coeficient per tindre en compte la component unidireccional, que és una altra magnitud transcendent.

Les reactàncies de les màquines, generadors, motors, etc. són dades del problema a tractar, entre altres tipus d'informació conegudes a priori, la solució del qual ens pot portar a tenir que resoldre un sistema d'equacions lineal.

Analitzadors de xarxes

El mètode anterior per al càlcul de la corrent de curtcircuit pot conduir a resultats inversemblants o a la impossibilitat de realització per la falta de dades. Generalment, la dificultat de càlcul de la corrent de curtcircuit en una xarxa constituïda per un elevat nombre de generadors i transformadors a la xarxa va motivar als investigadors a recórrer a solucions experimentals, fent us de xarxes models en les quals tots els elements de la xarxa original

(inductàncies, resistències, etc...) venen reproduïdes per mitjà d'elements equivalents amb valors proporcionals. Aquests elements s'uneixen entre ells tal i com estan disposats en la xarxa real.

Mitjançant dispositius de connexió apropiats es poden intercalar en cada punt de la xarxa voltímetres, amperímetres, fasímetres, etc. per així determinar la tensió i la corrent que és te en aquell punt, així com la diferència de fase entre el corrent i la tensió (es tracta d'un altre fenomen electromagnètic). La corrent de curtcircuit es un punt qualsevol de la xarxa es determina posant en curtcircuit la xarxa model i mesurant directament la corrent que és té en aquest punt. En aquests models la magnitud de les tensions no sol superar els cent volts i les intensitats del corrent les dècimes d'amperes. Les xarxes models per a corrents alterns s'anomenen **analitzadors de xarxes**. Com veurem a continuació amb l'anàlisi detallat de la disposició dels elements de l'**Algèbric Elèctric**, se'ns dubte podríem classificar-lo com un projecte d'analitzador, no obstant sabem per les concrecions d'en **Paulí Castells** i la rigidesa de la seva estructura que no estava destinat a satisfer aquest propòsit inicialment. Tanmateix sembla inqüestionable establir un vincle funcional entre els analitzadors de xarxes i les màquines de calcular analògiques tal i com van ser definides en les primeres seccions.

4.4. Funcionament de l'Algèbric Elèctric

Tal i com es va enunciar al començar aquesta secció, l'objectiu principal que ens proposem és revelar el funcionament de l'**Algèbric Elèctric** concebut per en **Paulí Castells** a **Aportación al Cálculo Mecánico** el 1945 a les **Memòries de la Reial Acadèmia de les Ciències i les Arts de Barcelona**. Prèviament a la descripció dels pretextes que tracen l'analogia entre un mètode matemàtic per a la resolució de sistemes d'equacions lineals i els fonaments electromagnètics de l'artefacte, ens quedava per mencionar que a mode de satisfacció personal i homenatge al camp de les màquines de càlcul analògic mecànic, en aquest mateix article en **Castells** va esbotzar una **calculadora analògica** de fonaments hidràulics, que tot i que no tenim constància de que s'hagi materialitzat mai, centrà els esforços d'en **Paulí Castells** mentre no tingué la oportunitat de reconstruir l'**Algèbric Elèctric**. Abans d'iniciar l'explicació sobre l'**Algèbric Elèctric**, l'autor ens tornar a suscitar l'esperança de percebre en la **Calculadora Planell** una relació de parentesc amb la primera doncs en les pàgines centrals de l'article declara que: "*Pasaremos ahora a describir el otro aparato de fundamento eléctrico que al principio hemos mencionado y cuya construcción está bastante avanzada*".

4.4.1. Fonaments matemàtics de l'Algèbric Elèctric

El fonament matemàtic consisteix en un procediment de càlcul numèric a base d'aproximacions successives per trobar els valors de les incògnites a un sistema d'equacions lineals. És un mètode poc avantatjós ideat per en **Paulí**, però atenyant-nos a la definició de **calculadora analògica** i als termes del descobridor: “*Su realización material nos conduce al aparato Algebric eléctrico*”.

Considerem un sistema de tres equacions amb tres incògnites com aquest:

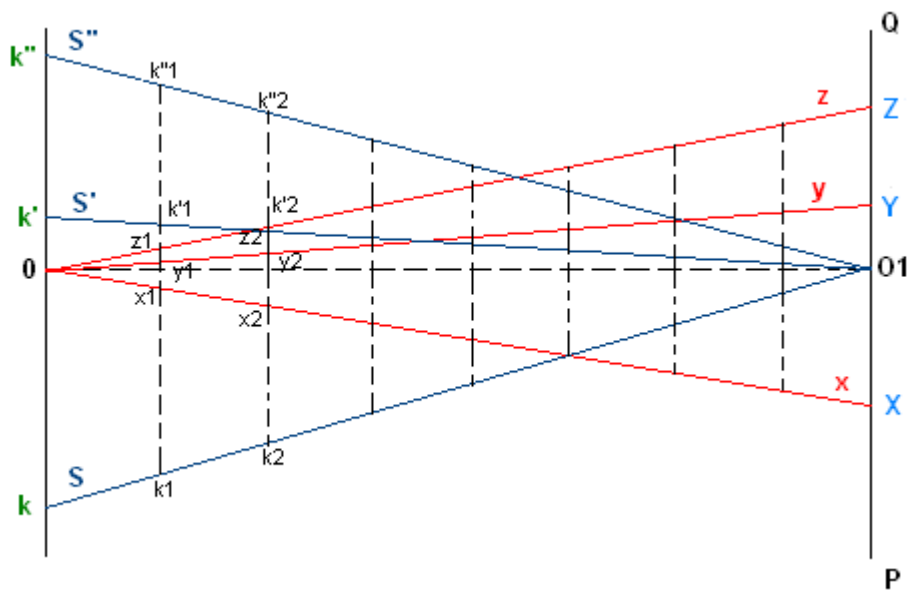
$$S = a \cdot x + b \cdot y + c \cdot z + k = 0$$

$$S' = a' \cdot x + b' \cdot y + c' \cdot z + k' = 0$$

$$S'' = a'' \cdot x + b'' \cdot y + c'' \cdot z + k'' = 0$$

per facilitar l'explicació, tot i que no existiria cap restricció o impediment físic per ampliar a un nombre indeterminat de *ena* equacions i *ena* incògnites, sent a priori el sistema compatible determinat. La essa majúscula indicaria la suma corresponent a cada equació donats uns valors a les incògnites i en funció d'uns coeficients determinats.

Siguin $x = X$, $y = Y$, $z = Z$ els valors de les arrels del sistema, és a dir, les solucions al sistema d'equacions, i considerem aquests valors presos en un eix d'ordenades QP (veure la il·lustració 7).



Il·lustració 7: Quadre il·lustratiu del mètode per a resoldre sistemes d'equacions d'en Paulí Castells.

Observem que:

1. Per $x = y = z = 0$, les sumes prenen els valors $S = k$, $S' = k'$, $S'' = k''$.
2. Per $x = X$, $y = Y$, $z = Z$ es satisfan les equacions, és a dir $S = S' = S'' = 0$.

Ara veiem que passa si els valors de la 3-plà solució (x, y, z) varien a la vegada des de $(x, y, z) = (0, 0, 0)$ fins al valor de les arrels $(x, y, z) = (X, Y, Z)$. Mantenint-nos atents a l'esquema anterior, la variació es donarà de manera uniforme seguint els camins $(0X, 0Y, 0Z)$ traçats des de l'origen de l'altre eix d'ordenades fins al valor de les arrels. Aleshores, els respectius valors (S, S', S'') , són funcions lineals de (x, y, z) i es distribuïran de manera uniforme sobre les rectes $(K01, K'01, k''01)$, arribant al mateix temps a 01, on $(S, S', S'') = (0, 0, 0)$.

Ara, si procedim a dividir el segment 0_01 en parts iguals i traçant eixos d'ordenades, cal considerar les següents progressions:

$$\begin{aligned} 0 &\rightarrow x^1 \rightarrow x^2 \rightarrow \dots \rightarrow X \\ 0 &\rightarrow y^1 \rightarrow y^2 \rightarrow \dots \rightarrow Y \\ 0 &\rightarrow z^1 \rightarrow z^2 \rightarrow \dots \rightarrow Z, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} k &\rightarrow k^1 \rightarrow k^2 \rightarrow \dots \rightarrow 0 \\ k' &\rightarrow k'^1 \rightarrow k'^2 \rightarrow \dots \rightarrow 0 \\ k'' &\rightarrow k''^1 \rightarrow k''^2 \rightarrow \dots \rightarrow 0. \end{aligned}$$

Els termes pilots

Considerem el següent sistema

$$\begin{aligned} S &= 2x - 8y - 10z + 70 = 0 \\ S' &= x + 10y - 5z + 10 = 0 \\ S'' &= 5x - y + 6z - 12 = 0. \end{aligned}$$

En el moment inicial, tal i com hem definit anteriorment per $(x, y, z) = (0, 0, 0)$ aleshores $(S, S', S'') = (70, 10, -12)$, sumes que han de ser minorades a zero per trobar les arrels. Ara bé, com ens orientem per trobar el successius moments fins a assolir els valors desitjats? Per a realitzar el mecanisme d'aquest mètode per a resoldre sistemes d'equacions ens valem d'uns **termes pilots**, elegint un terme pilot per a cada incògnita. Per exemple:

- i) Un terme per a x en la primera equació, és a dir $2x$.
- ii) Un terme per a y en la segona equació, és a dir $10y$.
- iii) Un terme per a z en la tercera equació, és a dir, $6z$.

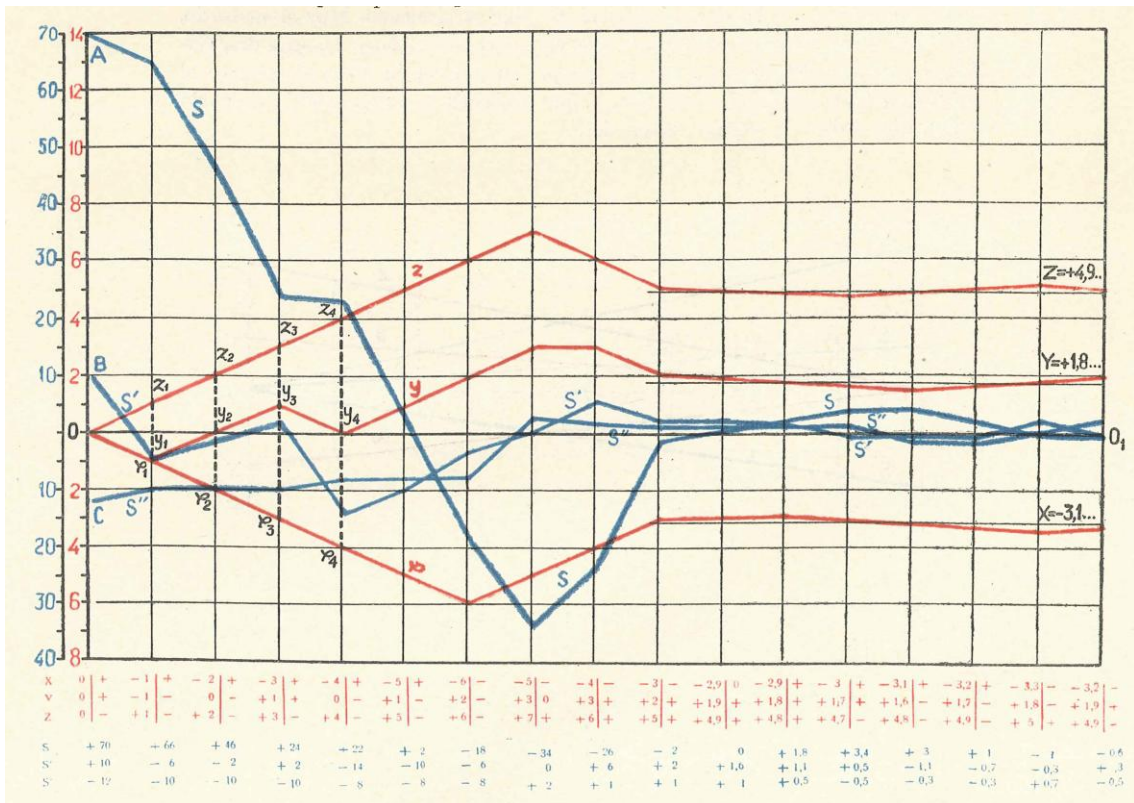
A continuació centrem-nos en els **signes** de les sumes, és a dir per $(70, 10, -12) \rightarrow (+, +, -)$, i disposem en dues columnes els valors de les incògnites en el moment inicial i el signe de les sumes en aquest moment de manera que tinguem:

$$\begin{array}{c|c} 0 & + \\ 0 & + \\ 0 & - \end{array}$$

Aleshores, valent-nos del primer terme pilot $2x$, disminuïrem S doncs és positiva . De la mateixa manera farem disminuir S' , valent-nos del terme pilot $10y$ i farem augmentar S'' valent-nos del terme pilot $6z$. Per tant x i y tindran un increment negatiu i z un increment positiu. Si en alguna equació el terme pilot fos negatiu, aleshores el signe del increment seria contrari al dit. Per a major senzillesa, tots els increments (decrements) de referència seran iguals a 1 al principi. Posteriorment, anotem tal i com hem fet anteriorment el grup de valors que s'obté dels increments que correspon al primer moment

$$\begin{array}{c|c} -1 & + \\ -1 & - \\ +1 & - \end{array}$$

i posant a la columna de la dreta el signe dels valors que prenen les sumes amb $(x, y, z) = (-1, -1, +1)$, és a dir $(S, S', S'') = (66, -6, -10)$, i apliquem els corresponents increments i decrements a les incògnites. Al representem gràficament en dos eixos d'ordenades com els anteriors els valors que van adquirint les incògnites (x, y, z) i les sumes (S, S', S'') observem com aquests van descrivint línies poligonals, on finalment els valors de (S, S', S'') acaben oscil·lant en l'eix 0_1 .



Fotografia 25: Quadre original de *Aportación al Cálculo Mecánico* per explicar com es determina el valor de les incògnites progressivament amb els increments d'aquestes.

És convenient examinar que els termes pilots reben aquest nom doncs són responsables de les trajectòries de les incògnites. És probable que com que les arrels són incertes, en ocasions els diferents valors es superposen al principi però posteriorment s'orienten segons els pilots. Addicionalment, també hem d'esmentar que un cop els valors s'aproximen al de les arrels, els increments unitaris poden resultar excessius, i és per això que és convenient disminuir la quantia d'aquests increments.

Sobre la condició de convergència

Els increments o decrements dels valors (x, y, z) que aproximen les incògnites al valor de les arrels, porten inequívocament a disminuir les sumes (S, S', S'') quan són positives i a augmentar-les quan són negatives a través de l'algorisme anterior. En una representació gràfica dels valors en termes absoluts de les sumes (S, S', S'') veuríem que aquestes tendeixen a disminuir fins a que

$$\sum S = S + S' + S'' \approx 0,$$

originant que (x, y, z) tendeixin a les arrels (X, Y, Z) . Es pot demostrar matemàticament veient que després de cada increment de (x, y, z) , el valor en terme absolut de $\sum S$ es menor a l'anterior. Si partim d'un grup de valors qualsevol (x, y, z) tenim les corresponents sumes (S, S', S'') en un moment determinat. Si procedim a sumar les equacions del sistema aleshores

$$\sum S = (a + a' + a'') \cdot x + (b + b' + b'') \cdot y + \dots = x \cdot \sum a + y \cdot \sum b + \dots$$

Ara, anomenem ϵ als increments simultanis de (x, y, z) en funció del símbol de (S, S', S'') , tal i com hem fet amb l'algorisme anterior, obtenint per al següent moment

$$\sum S^1 = (x \pm \epsilon) \cdot \sum a + (y \pm \epsilon) \cdot \sum b + \dots$$

de manera que sigui Δ la diferència entre el moment present i l'anterior

$$\Delta = \sum S^1 - \sum S = \pm \epsilon \cdot \sum a \pm \epsilon \cdot \sum b + \dots \rightarrow \sum a \pm \sum b \text{ (si } \epsilon = 1).$$

Per la hipòtesis inicial s'ha de tenir

$$\sum S^1 < \sum S \rightarrow \Delta < 0,$$

que ens permet anunciem el següent **corol·lari**: *la suma algebraica dels coeficients de x, presa aquesta suma amb el seu signe si el terme pilot és negatiu o amb signe contrari si aquest terme és positiu; més suma algebraica dels coeficients de y, presa aquesta suma de manera anàloga, amb el símbol que li correspongui; més suma algebraica dels coeficients de z, i així successivament. La suma total que així s'obtingui ha de ser negativa i definim aquesta regla com **la condició de convergència**. Com que aquesta regla s'ha obtingut sumant (S, S', S'')*

amb els signes en valor absolut, hem de fer el producte per -1 a aquelles equacions la suma de les quals sigui negativa.

Per fer més explícit aquest mecanisme, tornem al sistema considerat des del principi amb els pilots marcats:

$$S = \underline{2x} - 8y - 10z + 70 = 0$$

$$S' = x + \underline{10y} - 5z + 10 = 0$$

$$S'' = 5x - y + \underline{6z} - 12 = 0.$$

Com que en el primer moment en que $(x, y, z) = (0, 0, 0)$, resultava que $S'' = -12$, aleshores realitzem el producte per -1 , obtenint

$$S'' \rightarrow -5x + y - 6z + 12,$$

tal que $\sum a = 2 + 1 - 5 = -2$, $\sum b = 3$ i $\sum c = -21$. Aleshores fent us del **corol·lari dels termes pilots**:

$$2x \rightarrow \text{Signe positiu} \rightarrow (-1) \cdot (\sum a) \rightarrow (-1) \cdot (-2) \rightarrow +2,$$

$$10y \rightarrow \text{Signe positiu} \rightarrow (-1) \cdot (\sum b) \rightarrow (-1) \cdot (+3) \rightarrow -3,$$

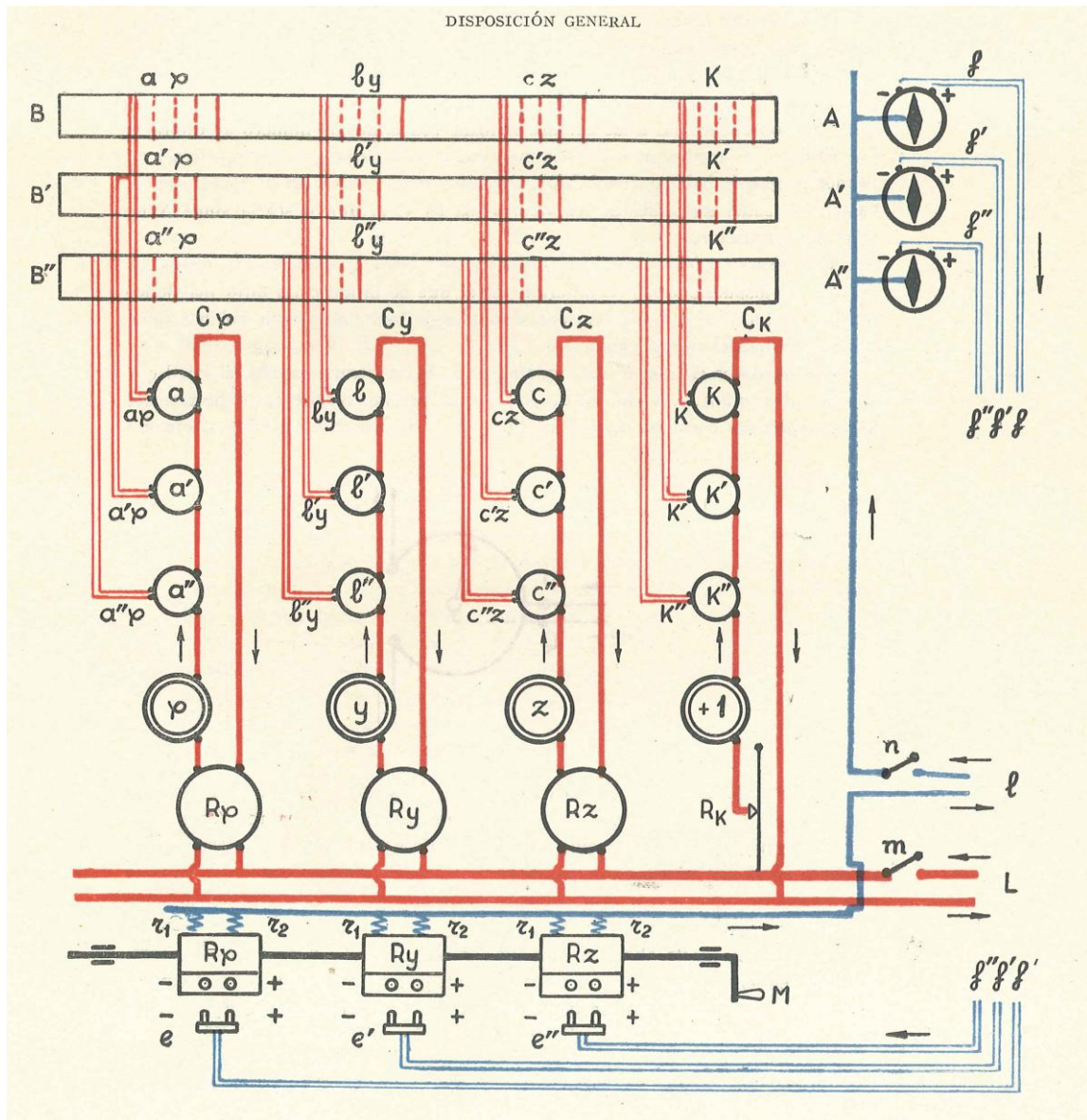
etc ..., obtenint

$$\Delta = 2 - 3 - 21 = -22 < 0.$$

Els terme pilots han de garantir la regla, sinó no funcionaria. A més a més, hi ha algunes observacions valuoses a la hora d'aplicar aquest mètode. Ens podem trobar que $\Delta > 0$, de manera que $\sum S$ s'allunya de l'eix d'abscisses. Quan això passi, és suficient amb canviar el signe dels increments ϵ , de manera que es donen increments positius quan les sumes (S, S', S'') siguin positives o al revés.

4.4.2. Descripció dels elements que conformen l'Algèbric Elèctric

En aquesta secció la descripció l'efectuarem amb l'esquema del circuit que es troba en la següent pàgina. L'esquema està constituït per a un sistema de 3 equacions amb 3 incògnites, però com hem dit anteriorment les característiques dels elements emprats fan viable la possibilitat de muntar un artefacte més ampli sense perdre precisió a diferència dels inconvenients i restriccions que sí hi són presents en les **màquines analògiques** de fonament totalment mecànic.



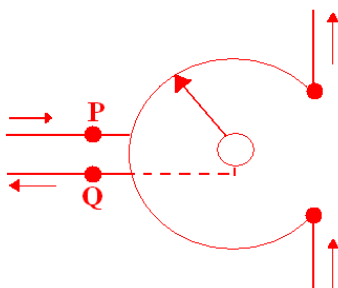
Fotografia 26: Esquema original de l'article de Paulí Castells sobre el funcionament de l'Algèric Elèctric.

Centrant-nos en els elements principals de l'esquema, apreciem varis **circuits en doble sentit** (**Cx, Cy, Cz, Ck**) alimentats per la línia **L**. En aquests hi circulen **corrents contínues**, la **intensitat** de les quals designem per (**x, y, z, 1**) i corresponen al valor marcat en els **amperímetres** indicats pels elements formats per dues circumferències concèntriques en l'esquema (amb una resistència petita i connectats en sèrie amb els receptors). La intensitat del corrent que hi circula és regulada per uns **reòstats principals** (**Rx, Ry, Rz, Rk**).

Observem con en alguns punts dels circuit tenim **shunts**² (a, a', a'') , (b, b', b'') , (c, c', c'') i (k, k', k'') que deriven fraccions d'aquest corrent. Aquestes fraccions són proporcionals als coeficients de igual nom del sistema d'equacions, obtenint d'aquesta manera **diferents corrents** $(ax, a'x, a''x), \dots, (cz, c'z, c''z)$. . Del circuit **Ck** també es deriven les corrents (k, k', k'') Les **corrents** (ax, by, cz, k) corresponents als coeficients de la primera equació del sistema, i són conduïdes a les **bobines** de (B, B', B'') , que tenen el mateix nombre d'espines concèntriques per propiciar que els fluxos magnètics es superposin. Aquest primer grup de bobines genera el flux magnètic total proporcional a la suma S en cada instant de la primera equació (també per als altres grups de bobines que seran la suma proporcional de S' i S'').

Tant els reòstats principals (Rx, Ry, Rz, Rk) com els corresponents a cada equació del sistema $(a, b, c, k), \dots, (a'', b'', c'', \dots, k'')$ que representen els coeficients en termes proporcionals estan formats per:

- Una resistència en sèrie amb la corrent principal.
- 2 bornes per a la corrent derivada, de manera que el **born P** està fix en el punt mitjà d'aquesta resistència, i l'altre **born Q** va unit a un contacte que pot recorre la resistència d'un lloc a l'altre.



Il·lustració 8: Esquema dels borns

El que permet aquest mecanisme dels borns, és que la corrent derivada canviï de signe (és a dir de sentit) quan el contacte mòbil Q passa d'una part a l'altre del born fix.

Com hem esmentat en el mètode anterior per a resoldre sistemes d'equacions lineals, les incògnites (x, y, z) , el valor de les quals ve representat per la intensitat del corrents dels **amperímetres**, han de variar simultàniament per **increments** (ϵ) en termes absoluts iguals amb el símbol que li correspongui. Aquests increments es materialitzen amb el reòstats principals (Rx, Ry, Rz) , moguts a la vegada amb un **manubri M**. Per a que puguin ser positius o negatius sense canviar el moviment del manubri hi ha en cada reòstat un **mecanisme d'embragatge** que si gira a la dreta o a l'esquerra fa girar el reòstat en un sentit o en un altre al accionar el manubri. Cap a la dreta es disminueix la corrent, i cap a l'esquerra augmenta. Per a que el canvi de signe de les sumes (S, S', S'') faci funcionar l'embragatge en els reòstats, cada

²La **resistència derivada o shunt** serveix per ampliar el camp del amperímetre i es connecta amb paral·lel amb el instrument. L'acció es similar a la dels reòstats.

reòstat estarà aprovisionat amb **dos electroimants: r_1 i r_2** , alimentats tots per la **línia I** (en blau a l'esquema). Els dos fils positiu i negatiu que alimenten les **electros** es connecten als respectius borns amb **endolls (e, e', e'')** i conductors amb dos fils (**f, f', f''**) (es recomana observar atentament l'esquema).

Observem que en els extrems de les bobines hi ha **indicadors del signe del flux magnètic**, que no són res més que unes **agulles imantades (A, A', A'')**. Aquestes funcionen de la següent manera:

- i) Verticals quan no hi ha flux, quedant interromputs els conductors (**f, f', f''**).
- ii) Havent flux, fins al pol positiu (**+**), actuant el respectiu electroimant **r_2** .
- iii) Havent flux, fins al pol negatiu (**-**) actuant el respectiu electroimant **r_1** .

Entre **r_1 i r_2** existeix una **armadura** que al ser atreta per algun dels imants que actua en aquell moment, mou el mecanisme del reòstat. És evident que quan no hi ha corrent aquest mecanisme no funciona i el reòstat resta immòbil, encara que fem us del **manubri** per moure els **reòstats**. Notis que cada **parell de fils** de (**f, f', f''**) procedent dels indicadors de flux magnètic es pot connectar mitjançant els **endolls (e, e', e'')** a qualsevol dels reòstats (R_x, R_y, R_z) i d'aquesta manera l'endoll es pot col·locar l'endoll en dues posicions:

- i) Posició **normal**: (+ amb +) i (- amb -) → Es verifica que S es positiva, actuant l'electroimant de la dreta i disminuint el corrent.
- ii) Posició **inversa**: (+ amb -) i (- amb +) → Es verifica que S es negativa, actuant l'electroimant de l'esquerra i augmentant el corrent.

El **reòstat R_k** , destinat a produir la corrent 1, és de curs rectilini, sense dispositiu d'inversió i requereix una regulació de poca amplitud.

4.4.3. El funcionament de l'Algèbric Elèctric

Havent exposat els fonaments matemàtics i mostrat les particularitats de cada un dels elements que componen l'**Algèbric Elèctric**, convé realitzar les últimes apreciacions sobre com s'estableix el comportament analògic entre aquests dos components que integren la màquina; és a dir, entre el càlcul mecànic matemàtic i la seva representació física valent-nos d'elements tangibles l'acció dels quals s'impulsa electromagnèticament.

- i) Primerament inserim els coeficients i termes independents del sistema d'equacions a resoldre fent girà a mà els **reòstats menors o shunts (a, b, c, K), ..., (a'', b'', c'', K'')** fins que els índexs assenyalin els valors desitjats en les escales indicades.

- ii) Els **reòstats principals** (R_x, R_y, R_z) són posats en el zero manualment, és a dir la corrent que hi circularà serà $(x, y, z) = (0, 0, 0)$. Al accionar l'interruptor **m** per donar entrada a la corrent, els símbols de les sumes en el moment inicial serà l'indicat per les agulles (**A, A', A''**). Tanmateix, degut a la posició inicial dels reòstats anteriors, tot el corrent dels **circuits elementals** (**Cx, Cy, Cz**) és nul i tot el corrent passa pel circuit **Ck** i els **circuits derivats** (**k, k', k''**), assegurant-nos que en l'amperímetre que el corrent que circula per **Ck** sigui 1 mitjançant el reòstat **Rk**.
- iii) Instantàneament es generarà un flux magnètic en cada una de les **bobines** per cada equació lineal induït pel corrent que circula pels circuits derivats el símbol del qual és el mateix que el de les sumes (**S, S', S''**) del sistema d'equacions lineals, desplaçant les **agulles** en el símbol indicat.
- iv) Tal i com vàrem exposar en el mètode de resolució de sistemes d'equacions lineals d'en **Paulí Castells**, el símbol dels increments de les incògnites o corrent (x, y, z) dependrà dels **termes pilots** escollits. Aquesta acció es porta a terme amb els **endolls** (**e, e', e''**) que van connectats als **reòstats principals** (R_x, R_y, R_z) tal i com hem indicat en la descripció de l'objecte. A continuació, actuant sobre el **manubri** perquè giri un petit angle, aleshores les variables (x, y, z) rebran els increments simultanis amb el signe que han de tenir degut al mecanisme de l'**embragatge** a través dels **electroimants** i l'**armadura**.
- v) Després d'aquestes variacions, ens trobarem en un moment posterior a l'inicial on ara els corrents que circulen per (x, y, z) i els seus **corrents derivats**, contribuint al flux magnètic generat en les **bobines** i que en el moment inicial era causat tan sols pel corrent que circulava per **Ck**. Les variacions d'aquest flux magnètic es manifestaran en les **agulles** com a signe de les sumes d'aquest moment, amb el seu corresponent efecte sobre els **embragatge** del **reòstats principals**.
- vi) Un segon moviment del **manubri** produirà nous increments simultanis de les corrents (x, y, z) amb el signe convingut per les sumes. No cal explicar el que anirà passant cada cop que apliquem una petita desviació angular al manubri, doncs els indicadors de flux de les **agulles** canviaran el signe dels increments de manera automàtica a través de l'**embragatge**. Aquestes variacions cessaran quan els fluxos magnètics de les **bobines** que representen el valor de les sumes siguin neutres tots a la vegada. En aquest cas les **agulles** no es dirigiran a cap born, restant els **reòstats principals** immòbils, doncs com és obvi, encara que girem el manubri no tindrà cap efecte el mecanisme de moviment simultani dels reòstats.

Paulí Castells aconsella que per seguir adequadament el signe del flux magnètic que és transmet a les agulles, s'emplacin properament als **reòstats principals** unes **bombetes** de diferents colors i per les quals hi circuli la corrents del parell de fils (**f, f', f''**), concretament una bombeta en relació amb el signe de cada born (positiu o negatiu). Quan una d'aquestes s'encengui, indicarà el signe del flux magnètic. Quan cessin d'encendre's aquestes llums, els resultats de les substitucions seran nuls, i aleshores es podrà procedir a la lectura dels amperímetres que donen el valors de les incògnites del sistema d'equacions.

Altres indicacions i observacions

- **Elecció del terme pilot:** d'acord al funcionament i us dels termes pilots exposat en el mètode per resoldre sistemes d'equacions, també en la màquina és factible escollir-los. Per això, és suficient realitzar la correcta connexió entre el parell de fils (**f, f', f''**) i els reòstats. Per exemple, si decidim connectar el primer d'aquests parells de fils **f** amb el reòstat **R_y** aleshores el terme **b·y** de la primera equació del sistema serà el terme pilot. Com ja hem exposat anteriorment, l'**endoll** va en posició normal o invertida en funció del signe del terme pilot.
- **Canvi de sentit de la convergència:** Tal i com hem demostrat, la condició de convergència es manté encara que $\Delta = \sum S^1 - \sum S > 0$, doncs en aquest cas un canvi en el signe dels increments de les variables contrari a l'anterior és suficient. Per aconseguir-ho, és precís invertir el gir del manubri.
- **Aproximació dels resultats:** La determinació del valor de les incògnites amb l'exactitud desitjada es porta a terme amb unes lleugeres manipulacions. Substituïm els valors trobats de les incògnites amb l'**Algèbric Elèctric**, com si volguéssim comprovar els resultats. En aquests cas, degut a algunes imprecisions tecnològiques, suposem que les **sumes** prenen com a resultat ($\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3, \dots, \Delta_n$). A aquestes discrepàncies els hi realitzem el producte $10^n \cdot (\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3, \dots, \Delta_n)$, resultats que prenem com els nous termes independentment k, k', k'', \dots . Procedint a resoldre de nou el sistema amb la mateixa magnitud els coeficients però amb aquests nous termes independents, l'aparell ens proporcionarà uns nous valors per a (x, y, z) que dividim per 10^n i seran les solucions del sistema corregides.

En **Paulí Castells**, entusiasmat amb els avantatges del seu invent, afirma al acabar l'article que: "En teoría, el modelo mecánico, lo mismo que el eléctrico, puede construirse para un número cualquiera de ecuaciones, pero en la práctica no sucede así (...) al tratar de construir modelos para gran número de ecuaciones, aparecen inconvenientes por razón del excesivo peso, rozamientos e inercia del conjunto de piezas que en un momento dado han de moverse (...). En cambio, en el modelo eléctrico, no hay propiamente piezas en movimiento (...), permanecen fijas durante el funcionamiento del aparato, de modo que no puede haber

dificultades en ampliar su número cuando sea necesario” Per en **Castells**, aquesta última consideració era transcendental per al càlcul de xarxes de distribució d'energia elèctrica i sobretot en el de xarxes geodèsiques. En ocasions, el nombre d'equacions tingudes en compte era molt gran i aleshores esdevenia molt important el càlcul mecànic abans de l'aparició de les **calculadores digitals**.

En la següent secció ens embarcarem a conèixer quins són els elements tan externs com interns de la **Calculadora Planell**, després d'haver tingut la oportunitat d'obrir les portes que oculten el seu interior. Tractarem d'esbrinar el seu funcionament per analogia a l'**Algèbric Elèctric**, fonamentant-nos en les hipòtesis dels relats històrics als quals hem arribat a través d'aquesta memòria; per així intentar definir concisament quan, on i qui la va realitzar realment, per poder apartar-nos d'equívocs i sobretot reforçar algunes hipòtesis per fer consistent el coneixement que es té sobre aquesta.

5. Descripció dels components i funcionament de la Calculadora Planell

5.1. Components de la Calculadora Planell

5.1.1. Elements exteriors

La **Calculadora Planell** és una **calculadora analògica** de fonament electromagnètic composta d'una **caixa principal** quadrada, els laterals de la qual prenen una forma poligonal que recorda al d'un triangle retallat en la cimera, de manera que en els laterals la base és més llarga que en la part superior. Aquesta **caixa principal** s'eleva sobre una **caixa base** quadrada. Sobre aquesta base també s'erigeix un **quadre** amb quatre **galvanòmetres** de ferro rodons que mesuren en mA en un rang que va de -12 a +12. El material de construcció d'aquestes estructures són fonamentalment fusta i alguns components metàl·lics que serveixen per ocultar les entranyes de la màquina, de manera que la calculadora resta hermètica a una inspecció interna que només es deixa descobrir obrint la **porta lateral** i la **porta posterior**.



Fotografia 27: Visió general.



Fotografia 28: Amperímetres del quadre.



Fotografia 29: Part posterior, tancada amb porta i clau.

En la part frontal de la **caixa principal** s'hi disposen 20 botons de color negre giratoris, cadascun dels quals mou una sageta que es desplaça sobre un cercle de paper per apuntar a les magnituds indicades sobre el paper. Suposem que aquests tenen una funció anàloga al d'un **reòstat** o regulador de resistències per derivar la corrent. Aquests **reòstats** formen una quadre o **matriu** amb quatre files i cinc columnes. Les bases de paper de la última columna tenen un diàmetre més gran i el rang de les magnituds és superior al de les bases de paper petites. Concretament, per a les bases més petites dels altres reòstats el rang de les magnituds indicades va de -100 a +100 unitats, mentre que en les bases grans de la última columna el rang es comprèn entre -400 i +400 unitats. A més a més, sobre cada un dels papers hi ha indicat una lletra acompanyada d'un subíndex tal i com es mostra en la següent taula:

a_1	b_1	c_1	d_1	k_1
a_2	b_2	c_2	d_2	k_2
a_3	b_3	c_3	d_3	k_3
a_4	b_4	c_4	d_4	k_4

Probablement representen els coeficients i els termes independents d'un sistema d'equacions lineals amb quatre incògnites i quatre equacions. Aquests **reòstats** es mantenen fixes sobre unes plaques de plàstic negre. Aquestes plaques també posseeixen quatre connexions o borns poc refinats en els seus extrems, on un sistema de cablejat recobert amb un material plàstic de color negre, vermell, blanc i groc condueix el corrent per aquests reòstats al passar per aquestes connexions. Aquest cablejat ha d'estar alimentat per una font principal i suposem que aquest corrent principal es deriva per les columnes que formen els coeficients de cada una de les incògnites, prèviament passant pels amperímetres. També són distingibles a l'extrem dreta i disposades en forma de columnes quatre parells de bombetes petites, és a dir formant un total de vuit, en les quals distingim un cablejat.

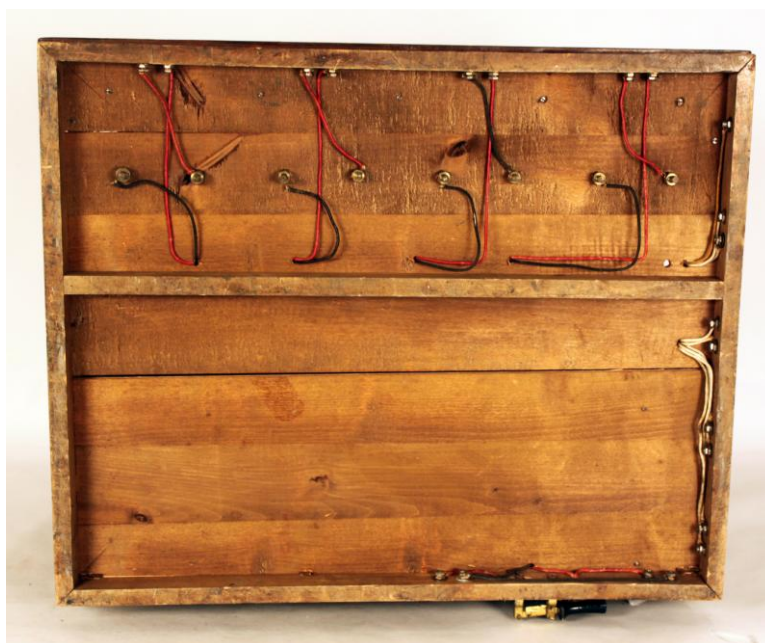


Fotografia 30: Perspectiva des de la qual podem apreciar els elements que hem descrit: la disposició dels reòstats, les cartolines on s'indiquen les magnituds, les bombetes i part del cablejat.

Resta per completar aquesta descripció externa esmentar que en la caixa base s'hi ubiquen uns orificis recoberts d'un material plàstic negre que recorden a uns borns per a connectar uns endolls o cables. N'hi ha quatre parells en la part frontal, la posició dels quals coincideix amb el dels quatre galvanòmetres. En el lateral, hi ha quatre més d'aquests parells i un independent, així com també en la part posterior de la base hi trobem dos parells. Ara mateix no ens podem apressar a donar pistes sobre la funcionalitat d'aquests. Tanmateix, descobrim al voltejar la màquina que efectivament aquests orificis són borns preparats per acollir un endoll o una connexió que connecten amb altres elements interns de la calculadora. En aquesta caixa base també hi ha en la part posterior el que sembla ser un interruptor metàl·lic que s'accionaria manualment per controlar el corrent que circula pels circuits.



Fotografia 31: Visió general dels borns de la base, en aquí no s'aprecien els dos parells posteriors.



Fotografia 32: Cablejat intern de sota de la base, que ens permet intuir la funcionalitat dels borns. També s'aprecia l'interruptor esmentat.

5.1.2. Elements interns

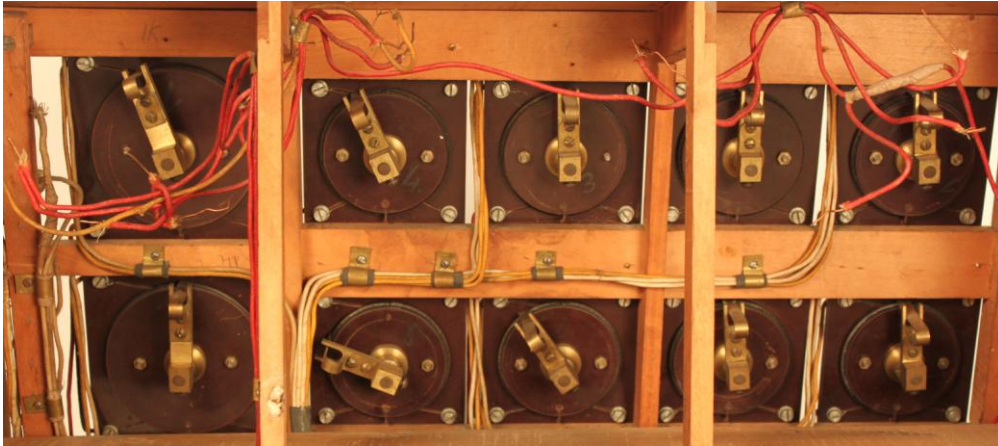
Quan obrim les portes lateral i posterior mencionades anteriorment la **Calculadora Planell** ens mostra el contingut interior. Aquest és ordenat en diferents pisos i compartiments i a priori aquest ordre és independent de la disposició dels elements externs, doncs en aquesta part és on es gesta en funcionament de la màquina fent us d'aparells electromagnètics que no depenen de la seva col·locació.

La **porta lateral** ens dona un accés parcial al interior. Aquesta visió ens dona coneixement d'un altre **galvanòmetre** rodó de ferro i plàstic com els anteriors però el rang de mesura del qual comprèn entre 200 i 300 mA. Sobre aquest, s'hi ubica un altre **reòstat** amb les mateixes característiques que els anteriors, és a dir, muntat sobre una placa negra amb quatre connexions, però amb la diferència que en la base de cartolina d'aquest no hi està indicada cap magnitud i d'aquest en surt un únic cable el destí del qual encara no anticipem. Al costat d'aquest reòstat hi ha una connexió que preveiem és per on es subministra la corrent principal, controlada amb el reòstat i la magnitud de la qual s'indica en el **galvanòmetre** esmentat.



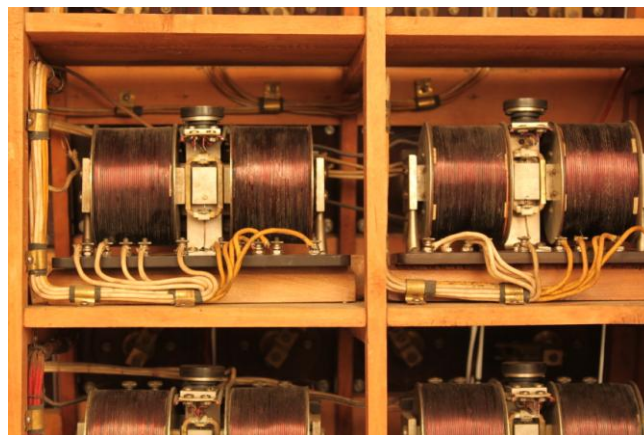
Fotografia 33: Reòstat i galvanòmetre descoberts al obrir la porta lateral.

Obrint la **porta posterior**, descobrim els elements interns principals de la màquina. Com hem assenyalat anteriorment, els elements estan ubicats en compartiments o pisos. No obstant, abans de descriure quines són aquestes parts, destaquem que la visió posterior dels reòstats evidencia que els reòstats que corresponen als termes independents tenen un diàmetre més gran, corresponent a un major rang en quan a la seva capacitat de dirigir les resistències indicades.



Fotografia 34: Visió posterior dels reòstats en els compartiments superiors.

En la imatge anterior convé apreciar que en aquest compartiment superior un conjunt de cables aparentment mancats de connexió, mostrant aquests una certa degradació i que dificultarà inequívocament la capacitat de comprendre el funcionament de la calculadora. Els elements més destacats són quatre **bobines** amb un **relé** que obre i tanca contactes que han d'esdevenir crucials per al funcionament de la calculadora, doncs com es veu en les imatges tots els elements que hem descrit fins ara estan interconnectats. Posteriorment incidirem en desxifrar com s'integren a través del circuit tots aquests elements per almenys formar-nos una idea aproximada del seu funcionament.



Fotografia 35: Detalls dels reòstats.



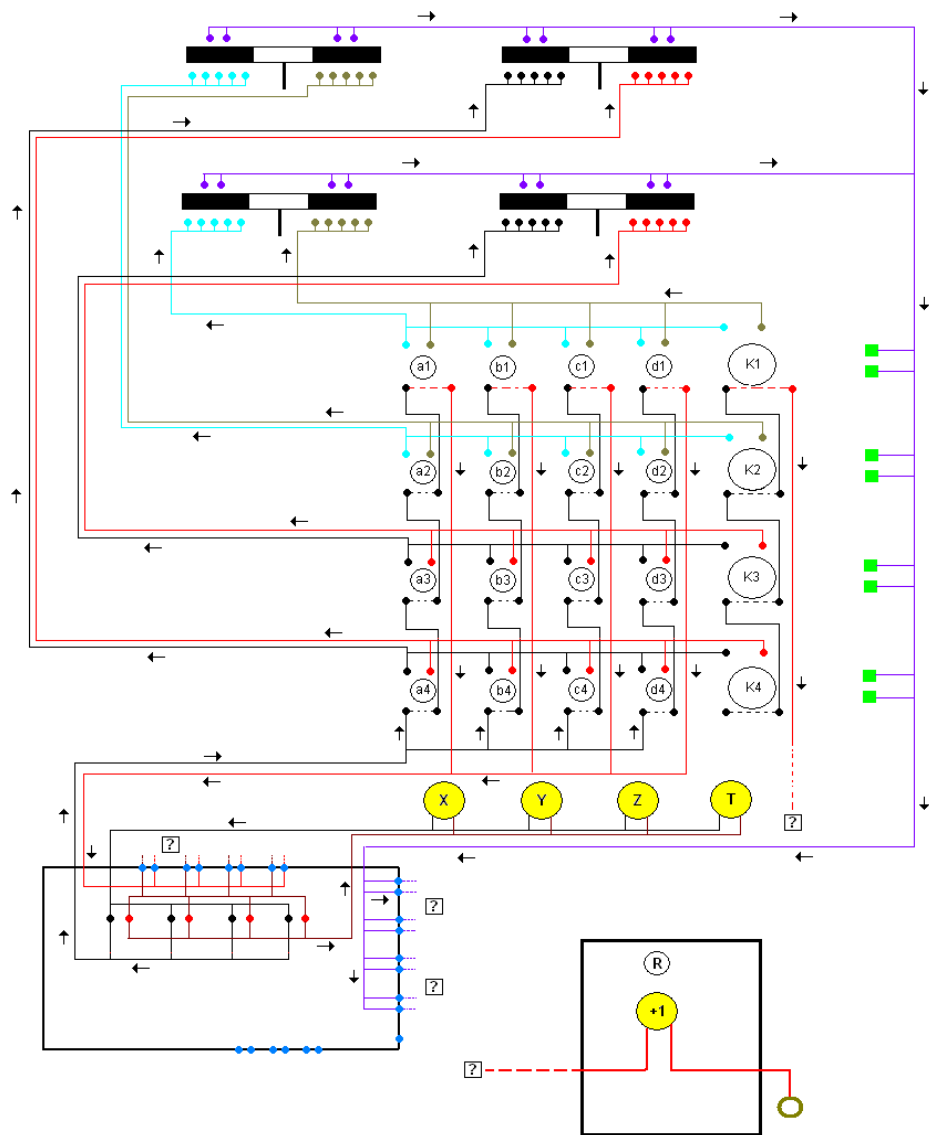
Fotografia 36: Visió general de la part posterior amb les portes obertes.

5.2. Hipòtesis sobre el funcionament

Degut al mal estat de conservació dels cables que integren el circuit elèctric de la **Calculadora Planell** és complicat pronosticar si es podria tornar a posar en funcionament efectiu. Tanmateix, havent descobert els elements que conformen aquesta **calculadora analògica**, i per la similitud amb l'**Algèbric Elèctric** de l'enginyer català **Paulí Castells**, sí ens veiem aptes per conjeturar sobre el seu funcionament valent-nos de les relacions de similitud entre ambdues màquines, tenint present com es traduïa al comportament dels components el sistema de resolució matemàtica per aproximació que presentarem en seccions anteriors. Recordem que si bé per una banda tenim com a únic testimoni descriptiu complet de l'**Algèbric Elèctric** la ressenya *Aportación al Cálculo Mecánico* de la **RACAB**, per altra banda, tot i que comptem materialment amb la **Calculadora Planell**, d'aquesta última només hem pogut realitzar suposicions ben assentades gràcies a la investigació present, degut a la manca de referències explícites. Tanmateix són evidents la presència d'una gran quantitat d'elements comuns a ambdues calculadores basant-nos en l'analogia entre la descripció de la primera i els elements de la segona.

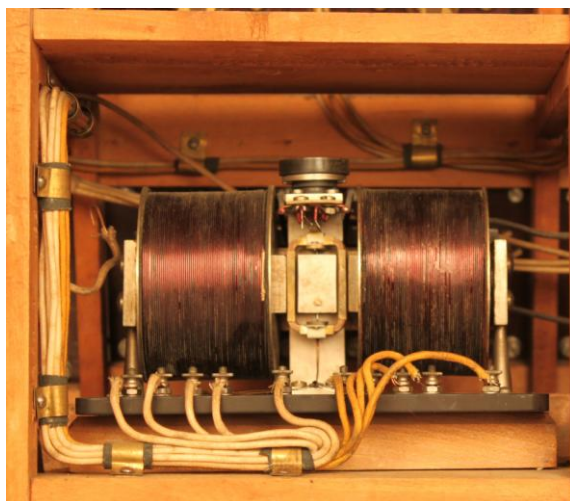
La **Calculadora Planell** sembla estar dissenyada per a donar solució a sistemes d'equacions lineals de quatre incògnites i quatre equacions. Com ja va exposar **Castells** en el seu article, les avantatges en l'ús d'elements de fonament electromagnètic de l'**Algèbric Elèctric** havien de donar peu a una nova generació de **calculadores analògiques** no restringides a les limitacions dels elements mecànics, que podien dificultar en grau extrem la construcció d'aquestes i conduir a la imprecisió en les seves solucions.

Exteriorment, els **reòstats** de la **Calculadora Planell** disposats en la forma matricial al·ludeixen clarament als coeficients i termes independents d'un sistema d'equacions lineals, amb els quals es deriva el corrent. Com en l'**Algèbric Elèctric**, un circuit principal per cada columna de coeficients d'una incògnita ascendeix des del galvanòmetre corresponent fins a l'últim reòstat corresponent al coeficient de la primera equació, per tornar a dirigir-se al galvanòmetre, que indicarà la intensitat del corrent equivalent al valor de la incògnita un cop acabat el procés. Això es reitera per cada columna. Apreciem també que de cada reòstat en surten dos cables que s'uneixen als cables que surten de cada reòstat de l'equació i van a parar a les bobines interiors. Per a una major comprensió és recomana seguir el següent quadre, que és un **esquema provisional** del circuit de la **Calculadora Planell**.



Il·lustració 9: Esquema del circuit de la Calculadora Planell.

Tot i que en **Paulí Castells** mencionava que hi hauria una bobina concreta per a cada corrent derivat pes reòstat del coeficient, formant **una sola bobina principal** per cada equació, la màquina d'en **Planell** sembla progressar en aquest aspecte. Els **reòstats**, en funció de la seva posició deriven el corrent a algun dels dos cables que van dirigits a les bobines. Com que en realitat les bobines de la **Calculadora Planell** són dobles, és a dir, en tindrem vuit a cada una de les quals es dirigeix un cable del corrent derivat pel reòstat, la part de la bobina de cada equació que generi més flux magnètic activarà el relé cap a una posició de contacte. Podem afirmar que aquesta diferència no comporta cap canvi respecte al funcionament de l'**Algèbric Elèctric**, doncs els **reòstats** executen la mateixa funció, és a dir, derivar un corrent en funció de la seva posició per determinar un flux en les **bobines**, determinat conjuntament pels conjunt de coeficients de l'equació, amb la finalitat de moure una **agulla** cap a una posició de contacte, però en aquest cas la funció de l'**agulla** la realitza un relé.



Fotografia 37: Bobinatge doble. A cada bobina hi ha arriben els dos cables del corrent derivat per cada reòstat. Un per si la magnitud del coeficient és positiva i l'altre per si és negativa. Si el coeficient fos nul, no hi circularia cap corrent per cap cable. La bobina on la intensitat del corrent sigui major, activarà el relé.

De cada **bobina** individual en sorgeix dos cables, que no s'aprecien en algunes fotografies i per tant, en funció del flux magnètic que hagi *guanyat*, el corrent circularà per un d'aquests cables, que correspondrien a priori als cables **f** de l'**Algèbric Elèctric**, però no hi circularà pas per l'altre degut al contacte realitzat pel relé. Ambdós parells de cables es dirigeixen a les **bombetes**, que hem mencionat anteriorment en la descripció de la calculadora. Recordem que en **Paulí Castells** va mencionar la possibilitat d'incloure bombetes en aquest tram del circuit per obtenir una indicació de quin és el signe de la suma del sistema d'equacions en un moment determinat, o el que és equivalent, el signe del flux magnètic. Així doncs, semblar ser que la funció de les bombetes és determinar en quina posició es troba el relé per permetre-hi circular el corrent. Com és d'esperar, per cada bobina tenim una bombeta. No obstant, aquest tram del circuit descendeix un cop ha travessat les bombetes fins a arribar en uns dels borns situats en

la base, tal i com està indicat en l'esquema i que haurien de formar contacte amb una altres cables.

Aquesta situació, encara que no sabem si és per l'estat de conservació o bé perquè la màquina es troba en posició d'inici esperant a ser degudament connectada, és usual en altres elements de la màquina als quals ja hem al·ludit. Concretament, en la mateixa base, els altres borns esperen rebre una connexió exterior, tot i que per dintre cada un dels pols rep per una banda cada un dels cables vermells que descendeixen de les columnes de coeficients mentre que l'altre born rep els cables que provenen de l'amperímetre (veure esquema). Per altra banda, també hem de mencionar altres deficiències relacionades amb els elements i el circuit complet que dificulten la comprensió del funcionament de la màquina si ens basem completament en la descripció de l'**Algèbric Elèctric**. Aquestes deficiències o mancances, que fan referència a la manca d'alguns elements o a les mencionades desconexions, les podem sintetitzar en:

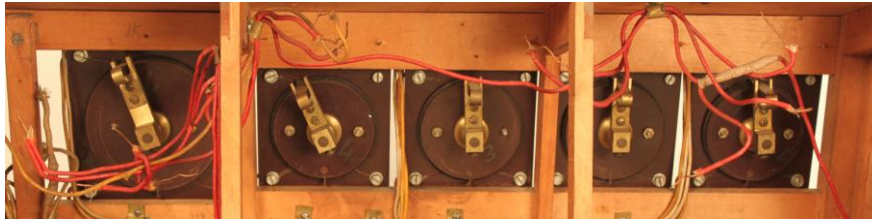
- i) La porta lateral ens mostrava un **galvanòmetre**, un **reòstat** i un punt d'alimentació de corrent o connexió. Tot apunta a que el corrent principal amb el qual funciona la màquina accedeix per punt d'alimentació, no obstant, el reòstat esmentat que hauria de controlar la intensitat del corrent no està connectat a res. Creiem que la seva funció és anàloga a la del reòstat principal del termes independents **R_k**, que recordem tenia com a objectiu que per la màquina hi circulés una intensitat d'un ampere des de que la posàvem en funcionament però després no intervenia amb els altres **reòstats principals (R_x, R_y, R_z, R_t)** en derivar el corrent pels circuits principals.



Fotografia 38: Reòstat no connectat i amperímetre que hauria de controlar la intensitat del corrent d'alimentació

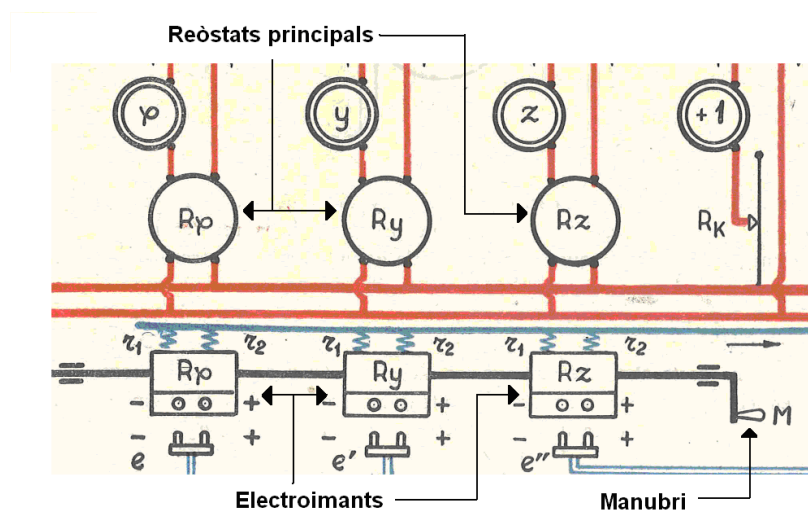
- ii) En el compartiment superior de l'interior de la màquina, és a dir, el que no conté cap bobina, mostra una quantitat determinada de cables vermells sense esta connectats. Ens preguntem si alguns d'aquests són usats per completar el circuit

dels borns de la base, on recordem que mentre internament sí tenien connexions, restava completar la seva connexió exterior.



Fotografia 39: Cables superiors disgregats

- iii) Entre tots els elements que conformaven l'**Algèbric Elèctric**, la disposició dels quals ens entregava a la manifestació física del mètode de resolució de sistemes d'equacions per aproximació, trobem a faltar alguns elements transcendents per ajustar i realitzar increments simultanis en la intensitat dels corrents principals que circulen per les columnes dels reòstats de coeficients de cada incògnita. Aquests augments progressius del corrent haurien de ser portats a través d'uns **reòstats principals** que haurien d'estar **ubicats en el circuit abans dels galvanòmetres**. Addicionalment, manca el mecanisme que a través d'un electroimant orienta el sentit en el qual han de girar aquests reòstats principals en funció del signe del flux electromagnètic que hi arriba, que és depenent del signe del valor total de les sumes de les equacions. De la mateixa manera, tampoc hi és present algun tipus d'enginy que permeti portar a terme aquest esmentat gir dels reòstats principals en el cas que hi fossin. Aquesta mancança ens portarà a algunes consideracions respecte del funcionament de la calculadora.



Il·lustració 10: Elements presents en l'esquema de l'algèbric elèctric però que no hi són en la Calculadora Planell.

Evocant al mètode de resolució de sistemes d'equacions lineals per aproximació gestat per en **Paulí Castells**, la manca dels esmentats elements en la **Calculadora Planell** respecte al disseny de l'**Algèbric Elèctric** ens obre la possibilitat per a la construcció d'hipòtesis fins ara no esmentades sobre el funcionament de la màquina objecte de la nostra investigació, en base a la similitud amb la seva congènere i amb la finalitat clara de resoldre sistemes d'equacions. Així doncs, esperant a que en un futur algú més especialitzat tècnicament pugui aixecar els dubtes en torn a com s'han de resoldre aquestes insuficiències, sí ens veiem capacitats per figurar-nos algunes explicacions decisives en torn al seu funcionament. Aquestes descripcions s'estructuren al voltant de la manca d'alguns dels elements principals descrits per a l'**Algèbric Elèctric** i són detallades a continuació.

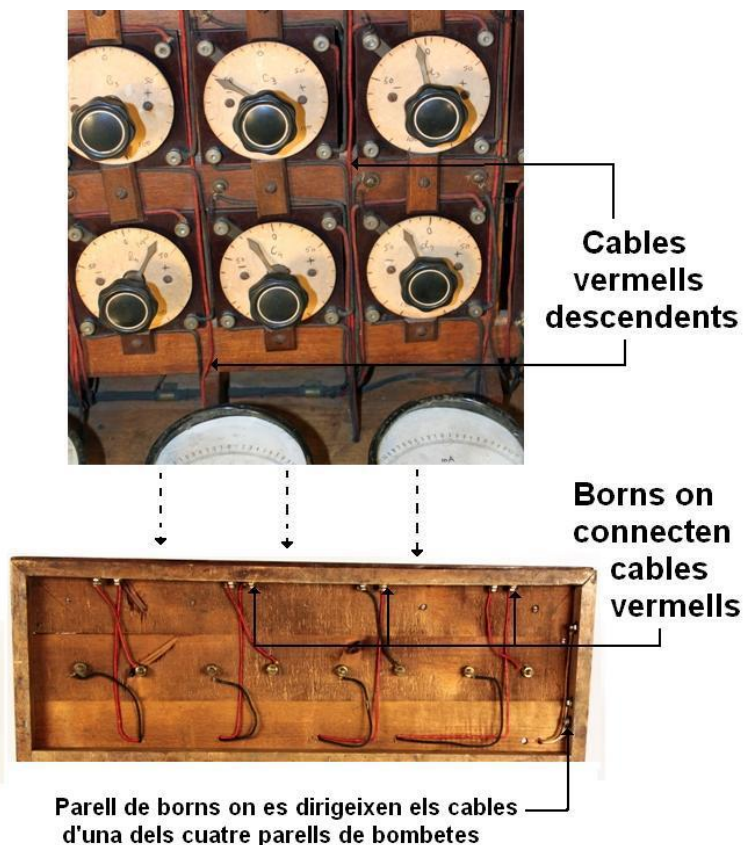
5.2.1. Manca d'una peça externa

La primera possibilitat és que una **peça externa** que inclouria les peces descrites en l'**Algèbric Elèctric** que no hi són presents en la **Calculadora Planell**, s'hagi extraviat abans de ser adquirida pel **MNACTEC**. Recordem que abans de l'entrega, aquest artefacte va romandre en alguna estància del **Laboratori General d'Assaigs i d'Investigacions** quan aquest es trobava sota la direcció i control de la **Diputació de Barcelona**, probablement en desús tot i que no tenim informació sobre on i en quines condicions es trobava abans de pertànyer al **MNACTEC**. Tanmateix, l'estat dels **borns** ubicats en la **caixa base**, que tal i com hem mostrat estan mancats d'una deguda connexió, ens fa pensar en que no és una suposició infundada. Aquesta opinió es fonamenta en que els cables vermells de cada un dels circuits principals que descendeixen des dels coeficients de la primera fila no tornen a passar pels **galvanòmetres** sinó que van a parar als borns de la base. Es recomana seguir l'esquema anterior de la **Calculadora Planell**, i per altra banda no confondre aquests cables amb els que es dirigeixen a les bobines, doncs són del mateix color vermell.

Adicionalment, l'altre born que completa la parella sí va connectat al galvanòmetre mitjançant un cable intern. Aleshores, segons l'esquema de l'**Algèbric Elèctric** de la última il·lustració, els cables que sortissin d'aquests borns s'haurien de dirigir als mencionats **reòstats principals**. Aquesta elucidació es reforça també en que els cables que descendeixen de les bombetes i que provenen de les bobines ocupen la connexió interior dels borns laterals. Els cables que sortissin d'aquests borns anirien als electroimants segons la descripció de l'**Algèbric Elèctric**, que en funció del signe del flux electromagnètic indicat per la senyal lluminosa de la bombeta propiciaria que els **reòstats principals** (pel electroimants) es desplaçessin en un o altre sentit angular de manera simultània amb el **manubri**, que també hauria de situar-se en aquesta peça externa.

Així doncs, degut a la carència de documents per contrastar adequadament la hipòtesis que es subscriu a la manca d'una peça externa que inclogués els elements de l'**Algèbric Elèctric** no

presentes en la **Calculadora Planell**, tan sols podem pronosticar des d'aquesta posició que la calculadora d'en **Francesc Planell** no va acabar essent realitzada o bé aquesta peça fonamental es va perdre. Recordem que en **Aportación al Cálculo Mecánico** de 1945 en **Paulí Castells** al·ludeix a la construcció de l'artefacte, que s'estava portant a terme. Creiem fermament en la possibilitat de reconstruir aquesta peça que complementaria el circuit elèctric de l'**Algèbric Elèctric** i així obrir la possibilitat a restaurar la màquina per posar-la en funcionament.



Fotografia 40: Visualització de les direccions dels cables dirigits als borns de la base.

5.2.2. Calculadora Planell com a instrument de ratificació de solucions

Que l'objectiu primordial de la **Calculadora Planell**, estigués completada o no, era resoldre o contrastar sistemes d'equacions lineals i que el seu funcionament es fonamentava en l'**Algèbric Elèctric**, sembla evident. Tanmateix, degut a la mencionada falta d'elements importants per portar a terme adequadament una translació del mètode de resolució de sistemes per aproximació a la màquina d'en **Planell**, cap la possibilitat de que sigui una variació d'aquesta última i per tant que per una banda l'analogia discrepi del mètode matemàtic

d'en **Paulí Castells**. Aquest fet modificaria el seu funcionament i la manera en que es verifiquen les solucions.

Basant-nos en la capacitat d'invertibilitat en el funcionament de les **calculadores analògiques**, argüït en les primeres seccions de la nostra investigació quan repassàvem el funcionament dels mecanismes bàsics d'aquesta calculadores, i atenyent-nos al mecanisme dels reòstats per derivar les corrents amb les quals generar un flux magnètic, creiem en la possibilitat de que prescindint dels elements fonamentals de la primera hipòtesis i del mètode de resolució per aproximació, amb la **Calculadora Planell** es puguin verificar solucions de sistemes d'equacions trobades amb anterioritat o bé verificar la impossibilitat de trobar solucions en sistemes incompatibles.

No obstant, aquesta funció es seguiria fundant en el disseny de l'**Algèbric Elèctric**. És plausible pensar que d'alguna manera, i en primera instància prescindint de les solucions (**x, y, z, t**), degut a la posició dels **reòstats (coeficients del sistema)** es generi un flux magnètic compensat en les bobines de manera que no s'accioni el relé, propiciant que no s'encenguin les bombetes. En aquest cas, si volem que es confirmin les solucions a través d'una indicació en el galvanòmetre, aleshores els cables de les bombetes no poden anar dirigides cap als galvanòmetres a través dels circuits de la **caixa base**, on recordem i mancaven connexions, doncs podrien indicar un valor nul. Ara bé, en cas contrari, si la connexió esmentada es produís realment, i la magnitud del corrent que circula pels galvanòmetres fos nul·la, cap la possibilitat de que en virtut de la capacitat d'invertibilitat i en com es realitzessin les connexions d'alguns components, fos mostra de la validesa de les solucions trobades amb un altre mètode no mecànic.

6. Conclusions

Amb la darrera secció hem completat l'objectiu principal d'aquesta investigació, que era revelar els orígens i el possible funcionament de la **Calculadora Planell**, objecte que pertany a la col·lecció del **MNACTEC**, per formular adequadament una crònica històrica malgrat les escasses fonts i recursos informatius dels que disposàvem al principi sobre aquest artefacte. Per això, hem hagut de partir d'una inusual carència de referències, i centrar la nostra atenció en personatges de l'esfera de la ciència i de la tècnica local com a possibles constructors de la calculadora, esmentats en els expedients del **MNACTEC** i la transcendència dels quals és fonamental per partint d'ells construir una verdadera història en torn a aquesta **calculadora analògica**.

Tanmateix, no hauria estat un relat viable si no ens haguéssim introduït a conèixer a fons el context tecnològic en el qual es va desenvolupar la **Calculadora Planell**, un context que és imprescindible per ubicar calculadores com aquesta en la història de la informàtica, encara que posteriorment aquestes quedessin relegades a l'obsolescència davant dels **ordinadors moderns**. També convé mencionar la importància que té per a la nostra investigació haver conegut i desenvolupat des de la perspectiva de la **Calculadora Planell** una part de la història d'algunes institucions acadèmiques com l'**Escola Industrial**, la **Reial Acadèmia de les Ciències i de les Arts de Barcelona** i el **Laboratori d'Assaigs Generals i Investigacions de la Diputació**, en les quals en **Francesc Planell**, artífex de l'aparell que porta el seu nom, i en **Paulí Castells**, a qui es deu la inventiva de l'enginy, hi mantingueren ambdós una estreta relació, sense la qual no hagués estat possible construir la calculadora i conservar-la.

El desenvolupat extens de tots aquests elements heterogenis als que hem fet referència, ens ha permès dotar de veracitat la hipòtesi inicial que afirmava que la **Calculadora Planell** va ser almenys parcialment acabada per en **Francesc Planell** en el **LGAI de l'Escola Industrial** en una data posterior a 1945, doncs probablement la seva construcció degué ser iniciada per en **Paulí Castells** el 1945 en el seu intent de materialitzar l'**Algèbric Elèctric**. Com hem descrit exhaustivament, aquest últim era una autoritat transnacional en calculadores analògiques. Tanmateix, tot i que també coneixedor dels fonaments de l'electromagnetisme, en contra del que alguns encara pensen, potser va requerir en alguna fase de la construcció el consell d'un expert versat en electrotècnica com era en **Planell**, amb el qual compartia la pertinença a institucions acadèmiques barcelonines. Com hem vist en la secció sobre el funcionament de la **Calculadora Planell**, tenim arguments suficients per creure que o no va ser acabada o bé es va perdre una peça fonamental. En el primer cas, degut a la manca de referències sobre una presentació oficial d'aquest artefacte, a diferència d'altres invents d'en **Paulí Castells** com la **Balança Algèbrica** i el **Ternal Algèbric**, ens fa pensar que realment no es va finalitzar.

Com que no hem trobat fonts directes que mencionin si en **Francesc Planell** la va acabar o no; i en el cas que no, els motius que tindria per no haver-ho fet, faltaria corroborar aquesta conjectura adequadament. No obstant, sí que és factible creure que ell es deuria fer càrrec d'acabar de construir l'**Algèbric Elèctric** doncs a partir de 1947 la salut d'en **Paulí Castells** empitjorà fins al punt que hagué de deixar la seva plaça de docent a l'**EEIB**. En tot cas, un argument de pes en favor de que **Planell** no procedís a una presentació de la calculadora en el cas d'haver estat completada fou el desplaçament que patiren les **calculadores analògiques** enfront dels **ordinadors moderns**, que en els anys 50 ja havien avançat suficientment per donar solucions a problemes matemàtics de la manera més eficient que es podia amb la tecnologia d'aquell període històric, per molt que l'ús d'instruments de fonaments electromagnètics representés una gran millora per al càlcul mecànic. Si al final la **Calculadora Planell** va funcionar, tant si funcionés com l'**Algèbric Elèctric** com si fos una versió d'aquesta, potser el seu ús es va restringir a la docència per facilitar l'explicació d'algun procediment matemàtic mecànic o senzillament per satisfer la curiositat d'en **Francesc Planell** com a investigador.

En tot cas, aquesta investigació ha assolit una bona part dels objectius que es proposà. Primerament, podem rebutjar fermament una de les hipòtesis que es circumscriuen a la calculadora que és que aquesta es realitzà entre 1925 i 1930 per **Francesc Planell** sota la supervisió de **Esteve Terrades** en el **LGAI**. Tot i que els arguments en favor de la història que hem exposat en la investigació són suficientment forts per desestimar aquesta hipòtesis anterior, addicionalment tenim un conjunt de raons històriques per creure que és poc probable la validesa d'aquesta visió. Per una banda, tot i l'estreta relació entre **Francesc Planell** i **Esteve Terrades** en aquella època, que els portà a dirigir conjuntament importants institucions com el **LGAI** així com empreses de l'àmbit públic i privat, és sabut que els seus interessos es desmarquessin dels **analitzadors diferencials**, encara que poguessin admirar la sofisticació d'aquests màquines. Per altra banda, **Esteve Terrades** es desvinculà progressivament del **LGAI** i d'altres institucions locals per centrar els seus esforços des de la dècada dels trenta en la difusió i ensenyament a Espanya de la física moderna, labor per la qual és més reconegut. L'altre objectiu que ens proposàvem, la importància del qual tampoc esperàvem que fos tan transcendent, era mostrar la contingència de les fites tècniques i científiques assolides pels investigadors internacionals, nacionals i locals que hem descrit. Creiem que s'ha demostrat holgadamente la influència que exercien els investigadors precedents per a la cerca d'innovacions en les **màquines analògiques** i altres tipus de màquines de calcular. També era patent l'admiració mútua entre coetanis, fet que propicià una major projecció internacional, no obstant, encara quedaria molta feina a realitzar a qui es proposés construir una història completa del càlcul mecànic amb tots els personatges i els seus invents com a part fonamental de l'evolució de la informàtica.

7. Annex: Quadre cronològic comparatiu

ANYS	BIO CASTELLS (1977 - 1956)	BIO PLANELL (1986 - 1973)	TERRADAS (en el món tècnic)	INSTITUCIONS	CALCULADORES
1892				Bases de Manresa (<i>Catalanisme Tècnic</i>)	
1893					Màquina algebàrica (Quevedo)
1896	Llicenciat en Ciències Físico-químiques / Matriculació a l'EIIB				
1900				Ministeri d'Instrucció Pública: Reforma d'educació tècnica	
1901	Títol d'Enginyer Industrial				
1902				EEIB a la Universitat Literària deixa de compartir professors	
1904				Constitució del Patronat de l'Escola Industrial	
1905	Classes de mates a l'EEIM (Madrid)				
1906			Ocupa Càtedra a Facultat de Ciències de BCN		
1907	Professor de l'EIIB fins al 47(trasllat, obté plaça) / Disseny de la Balança Algebraica (BA)		Entra a la RACAB	Projecte d'Universitat Industrial / Es crea Laboratori d'Inv. i Assaigs a l'EI (Diputació)	Disseny Balança Alegràica (Castells)
1908	Conferència on presenta BA ja construïda	Acaba estudis a l'EIIB / Crea motor elèctric de corrent continu	Cursos a la UB sobre corrents alterns i altres especialitats		

1909		Incorp. La Indústria Eléctrica (- 1912)	Completa estudis a EIIB / UB Planteja Escola d'Electrotècnia (no avança)		
1912		Incorp. Compañia Barcelonea... (- 1914) / Professor d'Electrotècnia i Aplicacions de la Calor a l'EIIB (- 1921)			
1913	Director de l'EIIB + Escola del Treball/ Entra a la RACAB (discurs inicial)		Conseller Tècnic del Consell d'Invest. Pedag.	Tancament d'Escola d'Arts i Oficis - Creació Escola del Treball (dóna 1r cicle d'estudis industrials)	
1914		Viatge a Suïssa pel treball	Professor d'automobilisme de l'Escola del Treball	Amenaces Diputació + Problemes pel trasllat (de l'EEIB)	Aritmómetro Electromecánico (Quevedo)
1915				Informe Diputació sobre l'ensenyança tècnica	
1916					
1917	Destitució com a director de Escola de Treball		Encàrrec d'organitzar Institut d'Electricitat i Mecànica Aplicades (IEMA) + Laboratori + Taller a l'EI	EIIB: Incorporació plena a l'Estat	
1918		Retorn a BCN / Professor actiu en l'IEMA	Es fa càrrec de la secció tècnica de FFRR de la Manc. / Títol d'Enginyer de Camins		
1919			Direcció del IEMA	Creació de l'IEMA	
1921		Ingrés a la RACAB			

1922		Codirector del LGAI (no trobo fins quan)	Direcció del LGAI (no trobo fins quant, però més endavant comença a viatjar molt...)	Constitució formal del LGAI a l'Escola Industrial (electricitat, química, tèxtil...)	
1923					
1924		Incorp. Ferrocarril Metropolítano Universal amb Terradas / Publica a la RACAB / Direcció de l'escola Industrial		Es dissol Institut d'Electricitat i Mecànica (el LGAI i altres instituts segueixen funcionant)	
1927				Trasllat de l'EIIB a Can Batlló	
1928	Malatia de Castells, fins al 30.	Director de Ferrocarril Metropolítano Universal (- 1929)		Estatut de Formació Tècnica Industrial + Real Politécnico Hispano-Americano (abans Escola Industrial)	
1929				Tensions Estudiants - Junta de l'EIIB	
1931	Dimiteix com a president de l'EIIB				
1932	Presentació <u>disseny</u> a l'Associació Enginyers del Polipastro (o ternal) Algebric (PA) / Esmenta Algèbric Elèctric	Professor d'Electricitat a l'EIIB			Disseny Ternal Algèbric (Castells) / Disseny Algèbric Elèctric (Castells)
1935	Construcció del PA a la RACAB / Nota: Es comercialitza model compacte amb el nom d'Àlgebric				Comercialització disseny compacte del Ternal Algèbric
1938	Bomba destrueix casa i el suposat Algèbric Elèctric				Destrucció Algèbric Elèctric

1940	Torna a dirigir EIIB / Menciona Algèbric Elèctric	Deixa direcció de l'Escola Industrial		Pèrdua d'independ. de l'EIIB (unificació estatal)	
1943	Destitució com a director EIIB				
1945	President de la RACAB fins 46				
1946		<i>Medalla de Oro al Mérito Electrotécnico.</i>			
1947	Deixa de ser professor EIIB				
1951		Càtedra Electrotècnica a l'EIIB			
1956	Mort	Jubilació / Creu d'Alfons X el Sabi			
1958		President RACAB fins 61			

8. Bibliografia i altres fonts

Història de la informàtica; calculadores analògiques i els seus autors

Pascal Zarachy, G. (1997). *Endless Frontier: Vannevar Bush, Engineer of the American Century*. MIT Press, Cambridge (USA).

Randell, Brian (1982). *From Analytical Engine to Electronic Digital Computer: The Contributions of Ludgate, Torres, and Bush* a "Annals of the History of Computing", Vol. 4, N° 4. EUA.

Saenz Ridruejo, Fernando (1995). *En torno a Leonardo Torres Quevedo y el transbordador del Niágara*. Fundación Esteyco, Madrid.

Sales, Ton (1980). *La prehistòria de la informàtica: Antecedents històrics de l'ENIAC (1946) a "Novatica. Revista de la Asociación de Técnicos de Informàtica", n° 34. Madrid.*

Torres Quevedo, Leonardo (1901). *Máquinas Algéblicas* a "Revista de obras públicas" 6 N° 1341. Madrid.

Torres Quevedo, Leonardo (1911). *Sobre un nuevo sistema de máquinas de calcular electro-mecánicas* a "Revista de obras públicas" N° 1860. Madrid.

Tubau Cardó, Juan Anton (2009). *Esperit del bit. Històries de la informàtica i dels seus fantasmes*. Associació d'Enginyers Industrials de Catalunya, Barcelona.

Vives i Arumí, Jordi (2000). *350 anys d'instruments de càlcul*. Marcombo S.A., Barcelona

Institucions acadèmiques i científicotècniques catalanes; vida i obra de Francesc Planell Riera i Paulí Castells Vidal

Camarasa, Josep M.; Roca Rosell, Antoni (1995). *Paulí Castells, els artefactes mecànics de càlcul* a "Ciència i Tècnica als Països Catalans: una aproximació biogràfica". Fundació Catalana per a la Recerca, Barcelona.

Castells Vidal, Paulí (1913). *Las representaciones mecánicas de los fenómenos eléctricos*, a "Memorias de la Real Academia de Ciencias y Artes de Barcelona" volum X. Barcelona.

Castells Vidal, Paulino (1932). *Polipasto Algébrico para hallar los valores de las incógnitas en los sistemas de ecuaciones lineales*. Asociación de Ingenieros Industriales de Barcelona, Barcelona

Castells Vidal, Paulí (1933). *Resolución mecánica de los sistemas de ecuaciones lineales*, a "Tècnica, revista tecnològica industrial". Publicacions per l'Associació d'Enginyers de Barcelona, Barcelona.

Castells Vidal, Paulí (1945). *Aportación al cálculo mecánico* a "Memorias de la Real Academia de Ciencias y Artes de Barcelona", núm. 572. Barcelona.

Lusa Monforte, Guillermo (2005). *La escuela de ingenieros industriales de Barcelona y el proyecto de la nueva escuela industrial 1900-1917*, a "Quaderns d'Història de la Enginyeria" volum 16. Centre de recerca per a la Història de la Tècnica, Barcelona.

Lusa Monforte, Guillermo (2006). *La Escuela de Ingenieros Industriales de Barcelona*, a *Documentos de la Escuela de Ingenieros*, número 16. Romargraf S.A., L'Hospitalet de Llobregat (Barcelona).

Planell Riera, Francisco (1924). *Máquinas eléctricas a velocidad variable*", a "Memorias de la Real Academia de Ciencias y Artes de Barcelona" volum XVIII. Barcelona.

Puig-Rovira, Francesc Xavier; Puig-Pla, Carles (2012). *Enric Freixa i Pedrals (1911-2002)*. Col·legi d'Enginyers industrials de Catalunya, Barcelona.

Riera i Tuèbols, Santiago (1990). *Pioners de l'Electricitat a Catalunya* dintre de "Centenari de l'electricitat a Figueres" pàg. 68-69. Marcombo, S.A., Barcelona.

Fonaments d'electrotècnia i càlcul de xarxes elèctriques

Cortés Cherta, Manuel (1964). *Centrales eléctricas*. Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales. Comisión de Publicaciones de la Delegación de Alumnos, Barcelona.

Rudolf, Franz (1960). *Compendio de electrotècnia pràctica*. Traducció de la 2^a edició alemanya per Sala Casals, Antoni i revisió de Planell Riera, Francisco. Ed. Labor, Barcelona.

Recursos Electrònics

Bargalló, R.; Llaveries, J. *El Ingeniero Humanista* [en línea]. Publicació "Enginy" N° 4. Gener del 2004. Una publicació de l'ETSEIB.

<http://www.cetill.cat/catala/c_publicacions.html>

La Vanguardia . *Fallecimiento de Don Francisco Planell Riera* [en línea] .Hemeroteca Digital de la Vanguardia. 4 de desembre de 1974

<<://hemeroteca.lavanguardia.com/preview/1973/12/04/pagina-35/34294947/pdf.html>>

La Vanguardia. *Homenaje a Don Francisco Planell Riera* [en línea]. Hemeroteca Digital de la Vanguardia. 16 de març de 1946

<<http://hemeroteca.lavanguardia.com/preview/1946/03/16/pagina-9/33097611/pdf.html>>

Servei d'Arxius de la Ciència. *Laboratori General d'Assaigs i Investigacions* [en línea]. Període cobert: 1907 – 1989.

<http://www.sac.cat/ficha_fondo2.php?id=476&pw=LGAi&sitelang=ca&pwCercaweb=LGAi&seccio=>>

Recursos fotogràfics

Fotografia 1. MNACTEC. **Calculadora Castells/Planell.** [en línea]

<<http://ordinadors.mnactec.cat/calculadora-castellsplanell-ciencia.html>>

Fotografia 2. Autor desconegut. **Charles Babbage.** 1960. [en línea]

<http://en.wikipedia.org/wiki/File:Charles_Babbage_-_1860.jpg>

Fotografia 3. Andrew Dunn. **Màquina Diferencial o Màquina de Diferències de Babbage.**

Whipple Museum of the History of Science of the University of Cambridge. Novembre 2004. [en línea].

<<http://botintecnologico.wordpress.com/2008/07/23/historia-de-la-informatica-prehistoria/>>

Fotografia 4. Autor desconegut. **Màquina Analítica de Babbage.** Ubicada al Science Museum de Londres. [en línea].

<<http://www.photocalcul.com/>>

Fotografia 5. Autor desconegut. **Leonardo Torres Quevedo.** Lloc i data desconegudes. [en línea].

<<http://www.residencia.csic.es/jae/protagonistas/50.htm>>

Fotografia 6. Autor desconegut. **Aritmómetro Electromecánico.** París. 1920. [en línea].

<<http://www.photocalcul.com/Calcul/Machines/Torres%20Quevedo.pdf>>

Fotografia 7. Autor desconegut. **Máquina Algebraica.** Acadèmia de Ciències de París. París.

1901. [en línea].

<<http://www.photocalcul.com/Calcul/Machines/Torres%20Quevedo.pdf>>

Fotografia 8. Autor desconegut. **Vannevar Bush i l'analitzador diferencial.** A Randel (1982), pàg. 14. Lloc i data desconeguts.

Fotografia 9. Autor desconegut. **Paulí Castells Vidal.** A Lusa (2005), pàg. 122. Barcelona. Data desconeguda.

Fotografia 10. Balança Algebraica de Paulí Castells. Laboratori de Mecànica Aplicada de l'ETSEIB. Barcelona. Març de 2013. Arxiu de l'autor.

Fotografia 11. Ternal Algèbric de Paulí Castells. A Castells (1933), pag. 100. Barcelona.

Fotografia 12. Algebraic de Paulí Castells. Laboratori de Mecànica Aplicada de l'ETSEIB. Barcelona. Març de 2013. Arxiu de l'autor.

Fotografia 13. Autor desconegut. **Universitat Literària de Barcelona.** Barcelona. Principis de segle XX. [en línea].

<<https://www.euetib.upc.edu/escola/historia/historia-de-lescola-industrial-de-barcelona>>

Fotografies 14 i 15. Autor desconegut. **Ca'n Batlló.** Barcelona. Principis de segle XX. [en línea].

<<https://www.euetib.upc.edu/escola/historia/historia-de-lescola-industrial-de-barcelona>>

Fotografia 16. Autor desconegut. **Sales d'alta tensió del LGAI.** Barcelona. Principis de segle XX. [en línea].

< <http://comitelgai.files.wordpress.com>>

Fotografia 17. Autor desconegut. **Francesc Planell Riera.** A Bargalló, R.; Llaveries, J. (2004). Reial Acadèmia de les Ciències i de les Arts de Barcelona. Data desconeguda.

Fotografia 18. Autor desconegut. **Ferrocarril antic del Metro de Barcelona.** Lloc i data desconeguts. [en línea].

<www.wefer.com>

Fotografia 19. Portada de Máquinas eléctricas a velocidad variable. A Planell (1924).

Fotografia 20. RACAB. Façana de la Reial Acadèmia de les Ciències i Arts de Barcelona.
Barcelona. [en línia].
<www.racab.es>

Fotografia 21. Follet publicitari de l'Algebric. A Camarasa; Rosell (1995), pàg. 1024.

Fotografia 22. Portada de la publicació *Polispasto Algébrico para hallar los valores de las incógnitas en los sistemas de ecuaciones lineales*. A Castells (1933).

Fotografia 23. Ternal Algèbric conservat a l'ETSEIB. Laboratori de Mecànica Aplicada a l'ETSEIB. Barcelona. Març de 2013. Arxiu de l'autor.

Fotografia 24. Caixa de resistències. Laboratori d'electrotècnia a l'ETSEIB. Barcelona. Març de 2013. Arxiu de l'autor.

Fotografies 25 i 26. Gràfica il·lustrativa del mètode de resolució de sistemes d'equacions lineals per aproximació i Circuit de l'Algèbric Elèctric. A Castells (1945), pàg. 450 i 457 respectivament.

Fotografies 27 – 40. MNACTEC. Calculadora Planell i els seus elements des de diferents perspectives per comprendre el seu funcionament. Terrassa. Abril de 2013. Arxiu de l'autor.